

基于DRSS模型的相对误差估计及凸优化混合定位方法研究

沈华杰

武警海警学院基础部, 浙江 宁波

收稿日期: 2024年7月29日; 录用日期: 2024年8月20日; 发布日期: 2024年8月30日

摘要

基于接收信号强度差(Difference of Received Signal Strength, DRSS)的定位模型具有节省能量、带宽和时间的优点, 并且在定位过程中隐藏了发射机的传输方式, 非常有益于机密监视或军事应用。然而DRSS模型具有较高的非凸性, 在定位求解时比较困难, 本文提出了一种改进的定位方法——相对误差及凸优化混合定位方法。首先借助相对误差方法构建最小化问题, 然后借助半正定规划和二阶锥规划对模型进行近似求解。为了验证所提方法的有效性, 引入均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为估计方法精度的评判标准, 通过对比本文所提方法以及现有四种方法(A-BLUE、U-BLUE、LARE-SDP、SOCP)的RMSE, 研究结果发现本文提出方法的RMSE值最低, 并且更加贴近理论误差的CRLB下界。

关键词

接收信号强度(RSS), 接收信号强度差(DRSS), 半正定规划, 二阶锥规划

Research on the DRSS Model-Based Hybrid Localization Method Using Relative Error Estimation and Convex Optimization

Huajie Shen

Basic Courses Department, China Coast Guard Academy, Ningbo Zhejiang

Received: Jul. 29th, 2024; accepted: Aug. 20th, 2024; published: Aug. 30th, 2024

Abstract

The positioning model based on Difference of Received Signal Strength (DRSS) has the advantages

of saving energy, bandwidth, and time, and hides the transmission mode of the transmitter during the positioning process, which is very beneficial for confidential monitoring or military applications. However, the DRSS model has high nonconvexity and is difficult to solve in localization. This paper proposes an improved localization method—a hybrid localization method of relative error and convex optimization. Firstly, the minimization problem is constructed using the relative error method, and then the model is approximately solved using semi positive definite programming and second-order cone programming. In order to verify the effectiveness of the proposed method, Root Mean Square Error (RMSE) was introduced as the evaluation criterion for the accuracy of the estimation method. By comparing the RMSE of the proposed method with four existing methods (A-BLUE, U-BLUE, LARE-SDP, SOCP), the research results showed that the RMSE value of the proposed method was the lowest and closer to the CRLB lower bound of the theoretical error.

Keywords

Received Signal Strength (RSS), Difference of Received Signal Strength (DRSS), Semi-Definite Programming, Second-Order Cone Programming

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着移动互联网的迅速发展，位置信息在物流、导航、安防、军事、紧急救援等多个领域中扮演着越来越重要的角色。特别是手机互联网的迅速发展和普及，使得基于位置的服务已成为现代商业发展和推广的关键技术[1][2]，位置服务在未来将会涉及医疗、交通、消防、救援等生活的每一个方面[3]。而缺乏位置信息的数据将是无效的信息[4]，因此无线定位技术将是支撑现代化事业发展的关键技术。对无线传感定位的研究具有重要的实际意义，很多学者将怎样获得更高的定位精度和更简单且稳健的定位算法作为研究的目标。

无线传感器网络定位一般依靠距离测量来获得目标的位置[5]。根据测量所使用的硬件设施不同，测量方法主要包括到达时间(Time of Arrival, TOA) [6]-[9]、到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA) [10][11]、到达角度(Angle of Arrival, AOA) [12][13]以及接收信号强度(Received Signal Strength, RSS) [14]-[18]等。基于 TOA 和 TDOA 的定位方法需要严格的时间同步和复杂时间测量，对于相对较小且简单的无线传感器网络就并不太适用[16]。虽然基于 RSS 的定位方法的定位精度没有基于 TOA 和 TDOA 定位方法的定位精度高，但基于 RSS 的测量不需要任何特殊的硬件设施且易实现[17]，这使得基于 RSS 的定位方法成为广泛应用方法之一，尤其在地下停车场及室内定位中基于 RSS 的定位起着重要作用。

基于 RSS 的定位技术是利用目标节点和锚节点之间的接收信号强度的路径损失值来计算两者之间的距离，并借助最大似然估计或最小二乘法计算出目标节点的具体位置，该方法测量简单，无需传感器节点负载额外的设备，只需节点自身携带的通信模块功能就可完成测量。另外，在 RSS 测量的过程中的能耗也较少，满足低成本、低功率、易实现的要求。但是无线信号在传播的过程中易受环境的影响，特别在非视距环境下更是存在大量多径衰减和大尺度的阴影衰减，这会产生较大的测量误差。近年来，广大学者对基于 RSS 的定位问题进行了大量的研究[15]-[27]。由于 RSS 测量模型本身就具有高度非线性和非凸性，所以一般都需要将非线性观测模型转化为与之等价的伪线性化方程，然后基于最大似然(Maximum

Likelihood, ML)准则, RSS 的定位问题就被构建为关于目标位置的一个非线性非凸的最小二乘问题(Least Square, LS) [19] [20]。为了避免直接求解 ML 问题带来的麻烦,在文献[15]中,一种寻找收敛速度更快,精度更高随机初始值的方法被提出来,解决了由于求解 ML 问题初始值选择不当而导致不收敛或收敛于局部最小值的问题。为更有效的求解非线性非凸的基于 RSS 的目标定位问题,学者们又提出了采用半正定和二阶锥松弛的方法将非凸的 ML 或 LS 估计问题转化为一个凸的半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)或二阶锥规划(Second-Order Cone Programming, SOCP)问题求其次优解[16]-[18] [25]。在文献[16]提出的方法中,作者根据无先导变换(Unscented Transformation, UT)将发射功率已知是基于 RSS 的 ML 定位问题构建为一个加权最小二乘(Weighted Least Squares, WLS)估计问题。文献[17]中,又进一步提出了当发射功率和路径损失指数(Path Loss Exponent, PLE)都未知时基于 RSS 的定位问题。当发射功率已知时,基于 UT,一个可以用二分法求解的 WLS 方法被提出来,进一步,当发射功率和 PLE 都未知时,作者应用了一种交替估计的方法交替估计发射功率和 PLE。

为降低 RSS 定位对信号发送器的依赖,受 TDOA 测量方法的启发,一种新的定位方法被提出,即基于接收能量差(Differential Received Signal Strength, DRSS)的测量方法[28]。DRSS 测量除保留基于 RSS 的本地化的所有优点外,还具有降低锚节点与目标节点之间的信息传输费用,但同时也隐藏了发射机的传输方式,这是非常有益于机密监视或军事应用。为此很多学者对 DRSS 定位方法进行研究,并获得到很多成果。Li [24]用两步加权最小二乘法对比了 DRSS 模型与 RSS 模型的鲁棒性能。此后, Hu [29]等人在 DRSS 模型中考虑了发射功率与参考功率差,并利用无约束最佳线性无偏估计法(Unconstrained Best Linear Unbiased Estimator, U-BLUE)和改进的最佳线性无约束估计法(Advanced Best Linear Unbiased Estimator, A-BLUE)进行定位,研究结果显示 A-BLUE 方法优于 U-BLUE 方法。Wang [30]在 DRSS 模型中同时考虑了节点位置误差和路径损失是参数误差,采用鲁棒半正定松弛方法给出了模型的近似解。现有文献对于 RSS 以及 DRSS 定位技术大多是基于最小二乘法(LS)准则。LS 准则是最小化绝对误差平方和,为了方便求解 LS 问题的近似解,很多学者先将传统 RSS/DRSS 测量模型应用一阶泰勒展开保留一阶项并将目标函数转换为线性方程,此时噪声项变为指数函数。但是当测量在噪声较大的场景中,这种近似会导致非常大的误差。为了克服以上问题,考虑到 RSS 的模型的特点, Wang [30]采用最小绝对相对误差的方法(Least Absolute Relative Error Estimation, LARE)构建最小化问题,借助半正定松弛给出了模型的近似解,结果显示基于相对误差构建目标函数优越于 LS 方法。

受文献[30]的启发,考虑 DRSS 模型更复杂的非线性形式,本文改进 LARE 方法,在使用 LARE 构建目标函数后,采用 SDP/SOCP 混合的方法求解模型的近似解,为了验证所提方法的优越,数值仿真部分将本文方法与 A-BLUE、U-BLUE、LARE-SDP、SOCP 方法进行比较。

2. DRSS 模型及相对误差定位方法

在实际应用中,受各种因素的干扰,信号往往具有不确定性,研究者一般假设接收信号强度满足对数正态分布。在这种假设下, RSS 模型可以用以下对数正态阴影模型描述:

$$L_i = L_0 - 10\gamma \log_{10} \frac{d_i}{d_0} + n_i, i = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中, L_i 表示在与信号源距离为 d_i 的第 i 个锚节点接收到的信号强度, d_0 表示参考距离, L_0 是在参考距离 d_0 处接收到的信号强度, γ 表示路径损失指数, n_i 表示对数阴影效应,这里假设服从对数正态分布,用来反映各种噪声对接收信号强度造成的影响。设 $P_i = L_r - L_i$ (其中 L_r 为发射信号功率),此模型可以改写为以下形式:

$$P_i = P_0 + 10\gamma \log_{10} \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\|}{d_0} + n_i, i = 1, \dots, N \quad (2)$$

利用该模型可以估计出发射信号到接收信号之间的距离。

选取 \mathbf{s}_1 为参考节点，可以得到 DRSS 模型如下：

$$P_{i,1} = -10\gamma \log_{10} \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\|}{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_1\|} + e_{i,1}, i = 2, \dots, N \quad (3)$$

其中， $P_{i,1} = P_i - P_1$ ， $e_{i,1} = n_i - n_1$ ， $n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ 。

$Q = E(ee^T) = \text{diag}(\sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2) + \sigma_1^2 \mathbf{1}_{N-1}$ ， $\mathbf{1}_{N-1}$ 是 $N-1$ 阶元素全为 1 的方阵。

2.1. 相对绝对误差估计方法

文献[30]提出了相对误差的方法，这种方法仅仅涉及到对于真实值的误差，这样处理是不全面的，在考虑相对于真实值的误差，也应该考虑相对于测量值的误差。为了更好地理解相对误差估计方法，我们考虑下面线性模型：

$$y_i = a_i^T x + v_i, i = 1, \dots, n \quad (4)$$

这里 y_i 是观测数据， a_i 是模型已知参数， x 是待未知估参数， v_i 是测量噪声项，(4)式两边同时取指数运算可得到：

$$z_i = \exp(a_i^T x) \eta_i, i = 1, \dots, n \quad (5)$$

其中 $z_i = e^{y_i}$ ， $\eta_i = e^{v_i}$ ，对于模型(5)相对绝对误差为 $\left| \frac{z_i - \exp(a_i^T x)}{z_i} \right|$ ， $\left| \frac{z_i - \exp(a_i^T x)}{\exp(a_i^T x)} \right|$ 。

我们的目标是考虑以上两种形式的相对误差最小时求解位置参数，因此，此问题可以表示为一个最小化问题，

$$\hat{x} = \arg \min \left(\sum_{i=1}^n \left| \frac{z_i - \exp(a_i^T x)}{z_i} \right| + \left| \frac{z_i - \exp(a_i^T x)}{\exp(a_i^T x)} \right| \right) \quad (6)$$

2.2. 本文提出的方法

将上述相对绝对误差估计方法应用在 DRSS 模型中，现将模型(3)变形为

$$\tilde{d}_i = d_i \eta_i, i = 2, \dots, n \quad (7)$$

这里 $\tilde{d}_i = 10^{-\frac{P_{i,1}}{10\gamma}}$ ， $d_i = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\|}{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_1\|}$ ， $\eta_i = 10^{-\frac{n_{i,1}}{10\gamma}}$ ，根据相对绝对误差估计方法可得未知位置的估计为：

$$\hat{x} = \arg \min \left(\sum_{i=2}^n \left| \frac{\tilde{d}_i - d_i}{\tilde{d}_i} \right| + \left| \frac{\tilde{d}_i - d_i}{d_i} \right| \right) \quad (8)$$

很明显上述最小化问题是非凸的，很难求解，将(8)式等价变形为

$$\hat{x} = \arg \min \left(\sum_{i=2}^n \left| \frac{\tilde{d}_i - d_i}{\tilde{d}_i} \right| + \left| \frac{\tilde{d}_i - d_i}{d_i} \right| \right)^2 \quad (9)$$

整理后可得：

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &= \arg \min \left(\sum_{i=2}^N \frac{d_i^2}{\tilde{d}_i^2} + \frac{\tilde{d}_i^2}{d_i^2} - 2 \right) \\ &= \arg \min \left(\sum_{i=2}^N \frac{d_i^2}{\tilde{d}_i^2} + \frac{\tilde{d}_i^2}{d_i^2} \right)\end{aligned}\quad (10)$$

为了求解(10)中的凸优化问题,引入辅助变量 $u_i = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\|^2$, $v_i = \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\|^2}$, $y = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_1\|^2$, 则(10)可以转换为如下约束优化问题:

$$\begin{aligned}\min_{u,v,y} & \sum_{i=2}^N \left(\frac{u_i}{\tilde{d}_i^2} + \frac{\tilde{d}_i^2}{u_i} \right) \\ \text{s.t.} & \quad \left\| \begin{bmatrix} 2(\mathbf{x} - \mathbf{s}_i) & y - u_i \end{bmatrix} \right\| \leq y + u_i, \quad i = 2, \dots, N \\ & \quad \left\| \begin{bmatrix} 2(\mathbf{x} - \mathbf{s}_1) & y - 1 \end{bmatrix} \right\| \leq y + 1, \\ & \quad \begin{bmatrix} v_i & 1 \\ 1 & u_i \end{bmatrix} \geq 0.\end{aligned}\quad (11)$$

显然(11)是一个 SDP 和 SOCP 混合的凸优化问题且可以应用 MATLAB 标准的凸优化包来有效求解此问题。

3. 计算机仿真结果及分析

为了验证所提方法的优越性能,这里选择了几个主要的方法进行对比,包括 U-BLUE 方法[22], A-BLUE 方法, LARE-SDP, SOCP 方法[25]。以上方法的详细描述见下表 1:

Table 1. Methods and meanings involved in this article
表 1. 本文所涉及方法及含义

方法	描述
U-BLUE	无约束最佳线性无偏估计方法
A-BLUE	改进的最佳线性无约束估计方法[29]
SOCP	基于最小二乘的二阶锥松弛方法[19]
LARE-SDP	基于相对误差的半正定松弛定位方法[30]
LARE-NEW	本文所提出的基于相对误差的半正定与二阶锥混合方法(11)

3.1. 不同噪声标准差值下, 定位性能分析

为了方便大家了解本文所涉及的方法及方法具体的内容,表 1 列出了本章所涉及的所有方法及其内容描述。CRLB 同样作为方法所比较的对象列于此处,其可以作为各个算法性能衡量的一个指标。DRSS 路径损失模型(3)用来产生测量数据。仿真环境设置如下: 10 个锚节点随机部署在半径为 25 m 的圆上及其内部, 1 个目标节点随机均匀的分布在 $25 \times 25 \text{ m}^2$ 的正方形区域内, 参考距离 $d_0 = 1 \text{ m}$ 。性能评价的准则主要依赖于估计的 RMSE。此部分分析不同噪声标准差下, 各种方法定位精度对比分析。与 LARE-SDP 方法相比, 本文改进后的混合定位法性能有很大提高。

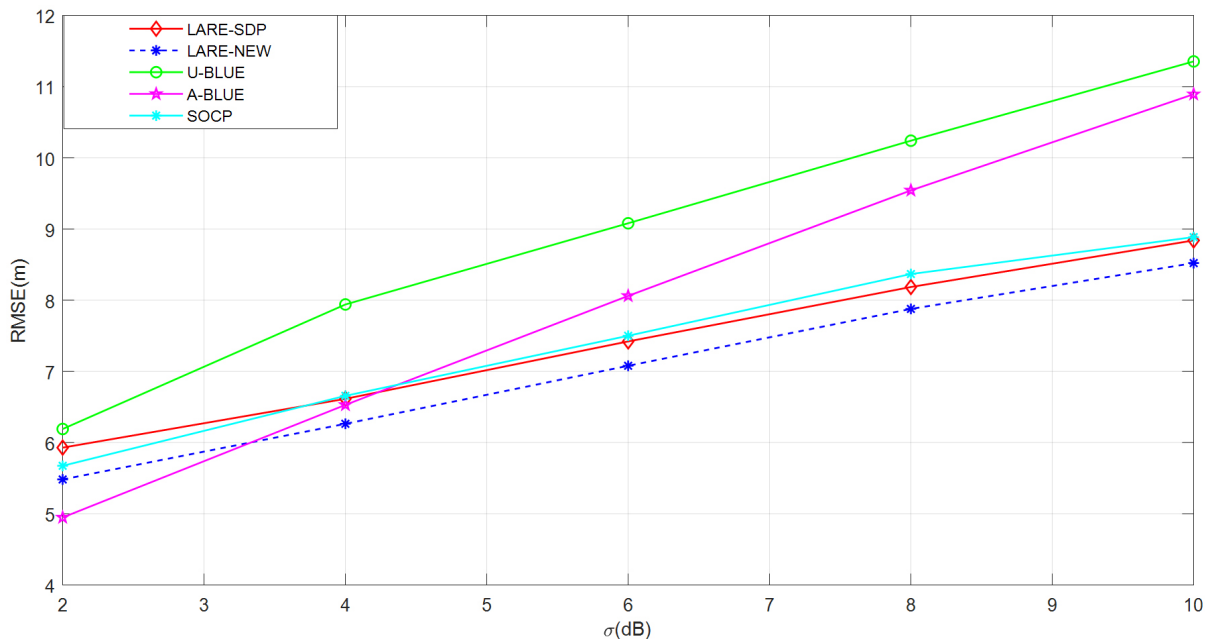


Figure 1. The curve of RMSE as a function of σ (dB): $N = 10, \gamma = 2, Mc = 100$

图 1. RMSE 随 σ (dB)变化的曲线: $N = 10, \gamma = 2, Mc = 100$

从图 1 可以看出, 在噪声较低的场景中, 本文所提 LARE-NEW 方法的 RMSE 值低于 U-BLUE, LARE-SDP 以及 SOCP 方法的 RMSE 的值, 随着噪声均方差 σ 值的增加, LARE-NEW 方法的 RMSE 的值均低于所对比的四种方法, 这是因为 LARE-NEW 方法在求解模型时采用了相对误差的方法, 在噪声较高的场景中具有较好的鲁棒性能。

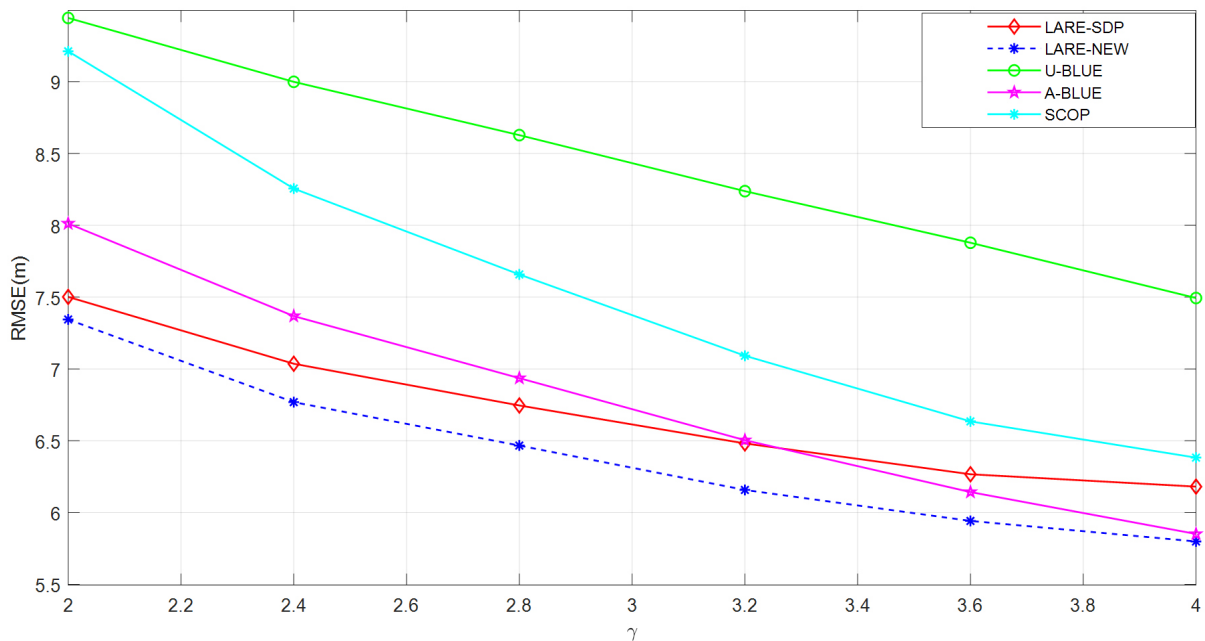


Figure 2. The curve of RMSE as a function of γ : $N = 10, \sigma = 4, Mc = 100$

图 2. RMSE 随 γ 变化的曲线: $N = 10, \sigma = 4, Mc = 100$

图2结果显示,当路径损失参数变大时,随着 γ 的增大,所有方法的RMSE均降低,LARE-NEW方法的RMSE最低,具有显著的优越性。整体来看所有方法的性能都有所提高,其中A-BLUE与U-BLUE方法的性能相比,变化幅度差不多,但A-BLUE的性能更高,基于最小二乘法的SOCP的性能相较于其它方法的性能提升幅度较大,而LARE-SDP、LARE-NEW性能变高,但是曲线比较平稳,变化幅度不大,这也说明本文方法具有较好的鲁棒性能,这个结论和文献[30]所提一致。

3.2. 定位性能随锚节点变化分析

图3结果显示,随着锚节点数目的增大,所有方法的RMSE均降低,本文所提LARE-NEW方法的RMSE均低于所对比的方法,并且其RMSE值更加贴近理论误差的CRLB下界。另一方面也可以发现,当RMSE相同时,本文方法需要较少的锚节点,从而更加节省资源。

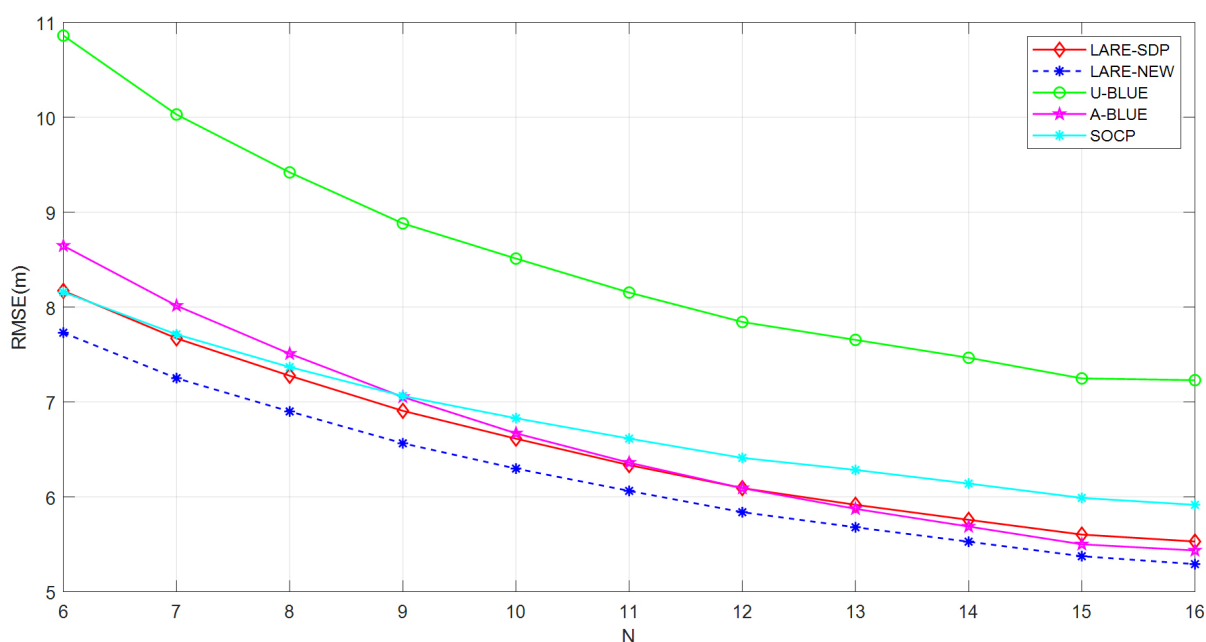


Figure 3. Curve of RMSE as a function of N : $\sigma = 4$, $\gamma = 2$, $M_c = 500$

图3. RMSE 随 N 变化的曲线: $\sigma = 4$, $\gamma = 2$, $M_c = 500$

4. 小结

本文主提出了一种相对误差估计与凸优化混合定位方法,该方法首先基于DRSS路径损失模型表达式,采用相对误差方法构建关于目标位置的非凸优化问题。最后,应用凸优化中的SDP和SOCP松弛技巧,将原来构建的非凸的优化问题转化为一个凸优化问题,从而完成对未知目标的有效估计。计算机仿真结果表明,在噪声较高的场景下所提方法的性能优于其它所有考虑的方法,这是因为基于相对误差的方法不受误差大小量级的影响。随着锚节点个数的增加,本文方法性能高于文献[19][29][30]所提的方法。

参考文献

- [1] 杨铮, 吴陈沐, 刘云浩. 位置计算: 无线网络定位与可定位性[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [2] Sand, S., Dammann, A. and Mensing, C. (2014) Positioning in Wireless Communications Systems. Wiley, Hoboken. <https://doi.org/10.1002/9781118694114>
- [3] Rappaport. T.S. (2002) Wireless Communications: Principles and Practice. Prentice-Hall, Chichester.

- [4] 梁久祯, 陈璟. 无线传感与定位新技术[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [5] Beck, A., Stoica, P. and Li, J. (2008) Exact and Approximate Solutions of Source Localization Problems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **56**, 1770-1778. <https://doi.org/10.1109/tsp.2007.909342>
- [6] Wang, G., Chen, H., Li, Y. and Ansari, N. (2014) NLOS Error Mitigation for TOA-Based Localization via Convex Relaxation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **13**, 4119-4131. <https://doi.org/10.1109/twc.2014.2314640>
- [7] Zhang, S., Gao, S., Wang, G. and Li, Y. (2015) Robust NLOS Error Mitigation Method for TOA-Based Localization via Second-Order Cone Relaxation. *IEEE Communications Letters*, **19**, 2210-2213. <https://doi.org/10.1109/lcomm.2015.2482979>
- [8] Gao, S., Zhang, F. and Wang, G. (2017) NLOS Error Mitigation for TOA-Based Source Localization with Unknown Transmission Time. *IEEE Sensors Journal*, **17**, 3605-3606. <https://doi.org/10.1109/jсен.2017.2698073>
- [9] Park, C. and Chang, J. (2016) Closed-Form Two-Step Weighted-Least-Squares-Based Time-of-Arrival Source Localization Using Invariance Property of Maximum Likelihood Estimator in Multiple-Sample Environment. *IET Communications*, **10**, 1206-1213. <https://doi.org/10.1049/iet-com.2015.0952>
- [10] Kowalczyk, K., Habets, E.A.P., Kellermann, W. and Naylor, P.A. (2013) Blind System Identification Using Sparse Learning for TDOA Estimation of Room Reflections. *IEEE Signal Processing Letters*, **20**, 653-656. <https://doi.org/10.1109/lsp.2013.2261059>
- [11] Nesta, F. and Omologo, M. (2012) Generalized State Coherence Transform for Multidimensional TDOA Estimation of Multiple Sources. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, **20**, 246-260. <https://doi.org/10.1109/tasl.2011.2160168>
- [12] Xu, S. and Dogancay, K. (2017) Optimal Sensor Placement for 3-D Angle-of-Arrival Target Localization. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **53**, 1196-1211. <https://doi.org/10.1109/taes.2017.2667999>
- [13] Xu, S. and Dogancay, K. (2015). Optimal Sensor Deployment for 3D AOA Target Localization. 2015 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, South Brisbane, 19-24 April 2015, 2544-2548. <https://doi.org/10.1109/icassp.2015.7178430>
- [14] Yin, F. and Gunnarsson, F. (2017) Distributed Recursive Gaussian Processes for RSS Map Applied to Target Tracking. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, **11**, 492-503. <https://doi.org/10.1109/jstsp.2017.2678105>
- [15] Li, X.R. (2007) Collaborative Localization with Received-Signal Strength in Wireless Sensor Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **56**, 3807-3817. <https://doi.org/10.1109/tvt.2007.904535>
- [16] Wang, G. and Yang, K. (2011) A New Approach to Sensor Node Localization Using RSS Measurements in Wireless Sensor Networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **10**, 1389-1395. <https://doi.org/10.1109/twc.2011.031611.101585>
- [17] Wang, G., Chen, H., Li, Y. and Jin, M. (2012) On Received-Signal-Strength Based Localization with Unknown Transmit Power and Path Loss Exponent. *IEEE Wireless Communications Letters*, **1**, 536-539. <https://doi.org/10.1109/wcl.2012.072012.120428>
- [18] Ouyang, R.W., Wong, A.K. and Lea, C.-T. (2010) Received Signal Strength-Based Wireless Localization via Semidefinite Programming: Noncooperative and Cooperative Schemes. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **59**, 1307-1318. <https://doi.org/10.1109/tvt.2010.2040096>
- [19] Tomic, S., Beko, M., Dinis, R. and Lipovac, V. (2013) RSS-Based Localization in Wireless Sensor Networks Using SOCP Relaxation. 2013 *IEEE 14th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, Darmstadt, 16-19 June 2013, 749-753. <https://doi.org/10.1109/spawc.2013.6612150>
- [20] Tomic, S., Beko, M. and Dinis, R. (2015) RSS-Based Localization in Wireless Sensor Networks Using Convex Relaxation: Noncooperative and Cooperative Schemes. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **64**, 2037-2050. <https://doi.org/10.1109/tvt.2014.2334397>
- [21] Vaghefi, R.M. and Buehrer, R.M. (2013) Received Signal Strength-Based Sensor Localization in Spatially Correlated Shadowing. 2013 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vancouver, 26-31 May 2013, 4076-4080. <https://doi.org/10.1109/icassp.2013.6638425>
- [22] Wang, B., Li, Y., Huang, H. and Zhang, C. (2008) Target Localization in Underwater Acoustic Sensor Networks. *Proceedings of the Congress on Image and Signal Process*, Vol. 1, 68-72.
- [23] Hosseini, M., Chizari, H., Soon, C.K. and Budiarto, R. (2010) RSS-Based Distance Measurement in Underwater Acoustic Sensor Networks: An Application of the Lambert W Function. 2010 *4th International Conference on Signal Processing and Communication Systems*, Gold Coast, 13-15 December 2010, 1-4. <https://doi.org/10.1109/icspcs.2010.5709656>
- [24] Yan, Y., Wang, W., Shen, X., Yang, F. and Chen, Z. (2012) Efficient Convex Optimization Method for Underwater Passive Source Localization Based on RSS with WSN. *IEEE ICUPC*, Vol. 1, 171-174.

-
- [25] Xu, T., Hu, Y., Zhang, B. and Leus, G. (2016) RSS-Based Sensor Localization in Underwater Acoustic Sensor Networks. 2016 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Shanghai, 20-25 March 2016, 3906-3910. <https://doi.org/10.1109/icassp.2016.7472409>
- [26] Chang, S., Li, Y., He, Y. and Wang, H. (2018) Target Localization in Underwater Acoustic Sensor Networks Using RSS Measurements. *Applied Sciences*, **8**, Article No. 225. <https://doi.org/10.3390/app8020225>
- [27] Zhang, B., Wang, H., Xu, T., Zheng, L. and Yang, Q. (2016) Received Signal Strength-Based Underwater Acoustic Localization Considering Stratification Effect. *OCEANS 2016*, Shanghai, 10-13 April 2016, 1-8. <https://doi.org/10.1109/oceansap.2016.7485561>
- [28] Lin, L., So, H.C. and Chan, Y.T. (2013) Accurate and Simple Source Localization Using Differential Received Signal Strength. *Digital Signal Processing*, **23**, 736-743. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2012.12.020>
- [29] Hu, Y. and Leus, G. (2017) Robust Differential Received Signal Strength-Based Localization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **65**, 3261-3276. <https://doi.org/10.1109/tsp.2017.2684741>
- [30] Wang, Z., Zhang, H., Lu, T. and Gulliver, T.A. (2019) Cooperative RSS-Based Localization in Wireless Sensor Networks Using Relative Error Estimation and Semidefinite Programming. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **68**, 483-497. <https://doi.org/10.1109/tvt.2018.2880991>