

基于马科维茨模型下的股票投资组合研究

——以A股市场股票为例

蔡冰冰¹, 谭理², 陈芳¹

¹湖南人文科技学院数学与金融学院, 湖南 娄底

²国家税务总局税务干部学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2024年7月14日; 录用日期: 2024年8月5日; 发布日期: 2024年8月19日

摘要

本文通过东方财富选取A股市场五个板块的五只股票, 分别是计算机软件行业的科大讯飞(002230)、电力行业的长江电力(600900)、饮料行业的五粮液(000858)、基本金属行业的中国铝业(601600)、贸易行业的中国中免(601888), 提取五只股票2024年1月2日到3月28日的每日收盘价数据, 建立马科维茨模型(均值-方差模型), 通过均值、标准差、方差、协方差等有效信息, 计算出权重、最小方差组合, 以股票投资组合收益率最大为目标, 分散所选择股票组合的投资风险, 根据不同的投资者风险厌恶类型, 最终确定最优投资组合。得出结论, 股票长江电力的投资应占比最多, 而股票中国铝业的投资比例应最少。

关键词

马科维茨模型, 投资组合, A股市场股票, EViews 10软件

Research on the Stock Portfolio Based on the Markowitz Model

—Taking the A-Share Market Stock as an Example

Bingbing Cai¹, Li Tan², Fang Chen¹

¹School of Mathematics and Finance, Hunan University of Humanities, Science and Technology, Loudi Hunan

²National Tax Institute of State Administration of Taxation, Changsha Hunan

Received: Jul. 14th, 2024; accepted: Aug. 5th, 2024; published: Aug. 19th, 2024

Abstract

In this paper, five stocks in five sectors of the A-share market are selected by Oriental Wealth, namely

IFlytek (002230) in the computer software industry, Yangtze Electric Power (600900) in the power industry, Wuliangye (000858) in the beverage industry, Aluminum Corporation of China (601600) in the base metal industry, and China Free (601888) in the trade industry. The daily closing price data of five stocks from January 2 to March 28, 2024 was extracted, the Markowitz model (mean-variance model) was established, and the weight and minimum square were calculated through the effective information such as mean, standard deviation, variance and covariance poor portfolio, aiming at the maximum return rate of the stock portfolio, the investment risk of the selected stock portfolio was spread, and finally, the optimal investment portfolio was determined according to different risk aversion types of investors. It is concluded that the investment of Yangtze Power should be the most, while the investment of Chinalco should be the least.

Keywords

Markowitz Model, Portfolio, A-Share Market Stock, EViews 10 Software

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 文献综述

判断一个投资组合的收益和风险如何,并在二者之间进行权衡以追求最优资产配置,这是投资者最为关心的问题。本文首先介绍了马科维茨均值-方差模型的相关理论,并在此基础上,通过运用2019年~2020年间在深圳证券交易所上市的10支股票的实际数据,利用Excel进行实证分析,最终得出了有效前沿。风险与预期收益是投资者最为关心的两个核心问题,因此判断一项资产投资的收益和风险如何,并在平衡好两个指标的基础上实现最优资产配置[1]。

随着金融市场的发展,投资者如何构造合适的投资组合成为了经济学一个重要的研究课题。本文从马科维茨理论出发,通过最大化夏普比率在有效前沿上给出n种风险资产配置的切点组合,在给定投资者的风险厌恶水平后,确定出投资者在无风险资产和n种风险资产上的投资比例,从而构造出适合于不同风险厌恶水平的投资者的投资组合[2]。

利用马科维茨(Markowitz)证券组合理论,投资者在证券投资组合的各证券的收益率均值、协方差矩阵已知的情况下(收益率均值通常用历史数据来估计),可计算出有效的投资组合的集合[3]。

投资组合理论可利用历史数据对所投资股票进行分析,保证低风险的同时,得到有效收益,对当前形势下我国公众金融投资具有一定的现实意义。本文通过国泰安数据库选取四只股票作为案例,提取2017年1月~2017年12月每月月底的收盘价数据,建立均值-方差模型,实证分析投资者如何通过已知收益均值、协方差等历史有效信息,在投资组合条件的情况下结合自身的风险偏好度、可接受的收益均值或投资比例优化股票投资,使所选择的股票组合分散投资风险,实现投资效用最大化的理想目标[4]。

2. 引言

股票投资组合选择是投资者在选择投资对象时要考虑的首要问题,而在证券市场上,由于投资者的专业知识、信息获取渠道等方面存在的差异,对同一只股票在不同时期的收益表现也存在着明显的差异。投资者要想获得理想的投资收益,就必须对投资对象进行适当选择。当投资者的目标函数是在期望收益率和风险之间取得平衡时,就可以应用马科维茨模型。马科维茨模型是一种纯理论模型,其目的是研究

如何最小化风险和最大限度地获得期望收益率。

从宏观经济的角度来看，中国经济的稳定增长是 A 股股票市场的重要支撑。随着中国经济的转型和升级，以及科技创新和产业升级的推动，A 股市场的上市公司质量和盈利能力有望得到提升。同时，中国对资本市场的改革和发展也给予了高度重视，推出了一系列政策措施，为 A 股市场的健康发展提供了有力保障。

其次，从政策导向的角度来看，中国对资本市场的改革和发展具有明确的规划和目标。例如，加强市场监管，提高市场透明度和公平性；推动资本市场双向开放，引入更多外资参与 A 股市场；鼓励上市公司进行股权激励和回购等措施，提高市场活跃度等。这些政策导向有望为 A 股市场的长期发展提供有力支持。

此外，从市场情绪和国际形势的角度来看，A 股股票市场的前景也受到一定影响。例如，全球经济的复苏和贸易环境的改善有助于提升 A 股市场的风险偏好和资金流动性；而地缘政治风险和金融市场波动则可能对 A 股市场产生一定的冲击和影响。

综合以上因素，笔者认为可以认为 A 股股票市场的前景具有一定的不确定性和复杂性。虽然存在一些挑战和风险，但总体上仍然具有一定的投资机会和发展空间。投资者应该根据自身的风险承受能力和投资目标，合理配置资产，保持理性的投资心态，以应对市场的波动和风险。同时，密切关注宏观经济、政策导向、市场情绪和国际形势等因素的变化，及时调整投资策略和风险控制措施。

需要注意的是，以上分析仅代表一种观点和展望，并不能作为投资决策的唯一依据。投资者在进行投资决策时，还需要结合个人的实际情况和市场情况，进行全面的分析和判断。同时，建议投资者在进行投资前咨询专业的投资顾问或机构，以获得更加准确和专业的投资建议。

3. 马科维茨模型理论分析

马科维茨模型，也称为现代投资组合理论(Modern Portfolio Theory, MPT)，是由经济学家哈里·马科维茨于 1952 年提出的，该理论的核心思想是投资者在追求收益的同时，也会考虑风险。马科维茨模型通过均值 - 方差分析方法和投资组合有效边界模型，帮助投资者在不确定的收益和风险中进行选择，实现投资组合的最优化。在马科维茨模型中，投资组合的期望收益率(均值)和收益率的方差(风险)是两个关键因素。投资者可以根据自己的风险承受能力和收益要求，通过调整不同资产的投资比例，来构建最优的投资组合。这个最优投资组合应该在给定风险水平下实现最大收益，或者在给定收益水平下实现最小风险。在实际应用中，马科维茨模型可以通过以下步骤进行股票投资组合分析[1]：

确定投资目标：明确投资者的收益目标和风险承受能力。

收集数据：收集选定的股票的历史收益率数据，以及它们之间的协方差和相关性数据。

计算期望收益率和标准差方差协方差：根据历史数据，计算每只股票的期望收益率和方差，以及股票之间的协方差。

构建投资组合：根据投资者的风险承受能力和收益要求，通过调整不同股票的投资比例，构建最优的投资组合。

评估投资组合的性能：根据投资组合的期望收益率和方差，评估投资组合的性能。如果投资组合的性能不满足投资者的要求，可以调整投资比例并重新构建投资组合。

投资者风险偏好模型。在投资活动中，投资者一般都是根据自身的偏好进行选择投资标的，这些投资者都是风险偏好者。对于风险偏好者来说，投资标的风险越小，收益就越大。对于投资者来说，不同的风险偏好者在不同的时间有不同的投资需求，这些都可以通过投资标的来体现出来。具体来说，投资者有三种类型：风险厌恶型(risk aversion)、风险中性型(risk neutrality)、风险爱好型(risk friendly)。投资者

在进行投资选择时，他们对不同类型的投资者有不同的偏好，这就需要通过风险偏好来体现出来。

4. 马科维茨模型的建立求解与实证分析过程

4.1. 模型的建立与求解

[2]假设构造风险最小的组合，则目标函数为：

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

式中， w_i 、 w_j 分别为证券 i 和证券 j 所占的比重(权数)； $\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ ， ρ_{ij} 为证券 i 和证券 j 的相关系数。

约束条件为：

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i r_i = E(r_p) \quad (3)$$

$$w_i \geq 0 \quad (\text{允许卖空})$$

约束中， r_i 为证券 i 的期望收益， $E(r_p)$ 为组合的期望收益。

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (4)$$

式中， σ_p^2 是投资组合的方差， σ_i^2 是第 i 个资产的方差， w_i 是第 i 个资产所占的投资比例， σ_{ij} 是资产 i 和资产 j 的协方差[2] [3]。

4.2. 数据选取

本文通过东方财富数据中心选取五只股票，提取 2024 年 1 月 2 日至 2024 年 3 月 28 日每日收盘价数据作为研究对象。五只股票分别是计算机软件行业的科大讯飞(002230)、电力行业的长江电力(600900)、饮料行业的五粮液(000858)、基本金属行业的中国铝业(601600)、贸易行业的中国中免(601888)。部分数据展示见表 1。

Table 1. Original stock data table

表 1. 原始股票数据表

日期	科大讯飞收盘价	长江电力收盘价	五粮液收盘价	中国铝业收盘价	中国中免收盘价
2024/01/02	45.10	23.68	136.00	5.65	80.60
2024/01/03	43.28	23.76	134.88	5.63	80.43
2024/01/04	41.70	23.80	132.32	5.60	78.60
2024/01/05	40.94	23.74	131.24	5.56	77.02
.....
2024/03/19	50.50	24.72	157.37	6.69	87.50
2024/03/20	51.93	25.00	156.95	6.67	87.53
2024/03/21	52.23	24.94	156.61	6.91	86.55
2024/03/22	51.08	25.01	153.43	6.90	84.31

续表

2024/03/25	49.11	24.98	151.72	7.16	84.81
2024/03/26	48.02	24.84	155.22	7.18	85.06
2024/03/28	49.62	24.85	153.10	7.11	86.18

4.3. 马科维茨模型的实证分析过程

4.3.1. 计算收益率

以股票收益最大化为目标，故利用五只股票的收盘价数据计算出收益率，部分数据见表 2。

Table 2. Income statement table

表 2. 收益率表

长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
0.0034	-0.0404	-0.0082	-0.0035	-0.0021
0.0017	-0.0365	-0.0190	-0.0053	-0.0228
-0.0025	-0.0182	-0.0082	-0.0071	-0.0201
-0.0059	-0.0227	-0.0239	0.0000	-0.0210
-0.0012	-0.0386	-0.0111	0.0377	0.0059
-0.0056	-0.0222	0.0231	0.0028	0.0029
-0.0004	-0.0452	-0.0165	-0.0111	-0.0221
0.0008	0.0822	0.0029	0.0014	0.0361

4.3.2. 计算相关系数

相关系数是反映两个变量之间相关关系的程度，是两个变量之间线性关系的度量。相关系数的值越接近 1，说明两个变量之间的相关性越强；相关系数的值越接近 0，说明两个变量之间的相关性越弱。当两只股票的相关系数大于 0 时，则两只股票呈正相关，当两只股票的相关系数小于 0 时，则两只股票呈负相关，股票之间相关系数的大小影响投资组合模型的方差大小，也影响股票投资组合的风险分散化程度。两只股票之间的相关系数越小，股票投资组合的标准差和方差也越小，故股票投资组合分散化的效果越好，两只股票之间的相关系数越大，股票投资组合的标准差和方差也越大，故股票投资组合分散化的效果越差。

首先利用 EViews 10 软件计算五只股票两两之间的相关系数，见表 3。

Table 3. Correlation coefficient table

表 3. 相关系数表

股票	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
长江电力	1	-0.072675345	-0.113464663	0.446342377	-0.123735512
科大讯飞	-0.072675345	1	0.263800221	0.150657239	0.397474022
五粮液	-0.113464663	0.263800221	1	0.239461678	0.678930509
中国铝业	0.446342377	0.150657239	0.239461678	1	0.29459551
中国中免	-0.123735512	0.397474022	0.678930509	0.29459551	1

从表 3 可以看出：以长江电力为例，选取的五只股票中，只有股票中国铝业与长江电力的相关系数数值大于 0，故中国铝业与长江电力呈正相关。其余三只股票与长江电力的相关系数值均小于 0，故长江电力与股票科大讯飞、五粮液、中国中免均表现为负相关。就相关系数绝对值大小来看，长江电力与股票中国铝业之间的相关系数值较大，故长江电力与中国铝业两只股票的投资组合分散化效果较弱，且两只股票的相关系数值接近 1，说明长江电力与科大讯飞两只股票之间的相关性较强。反之，长江电力与股票科大讯飞之间的相关系数值较小，故长江电力与科大讯飞两只股票投资组合分散化的效果较强，且两只股票的相关系数值较小，说明长江电力与科大讯飞两只股票之间的相关性较弱。

以五粮液为例，选取的五只股票中，有三只股票与其相关系数值大于 0，分别是股票科大讯飞、中国铝业、中国中免，故股票科大讯飞、中国铝业、中国中免均与五粮液呈正相关关系，股票长江电力与五粮液之间的相关系数值小于 0，则说明五粮液与股票长江电力呈负相关关系。就相关系数绝对值大小来看，五粮液与中国中免的相关系数值较大，故五粮液与中国中免两只股票的投资组合分散化效果较弱，且两者股票的相关系数接近于 1，说明五粮液与中国中免两只股票之间的相关性强。反之，五粮液与长江电力的相关系数值较小，故五粮液与长江电力两只股票投资组合分散化的效果较强，且两者股票的相关系数较小，说明五粮液与长江电力两只股票之间的相关性较弱。以此类推，可得出五只所选股票两两之间的相关关系程度以及股票投资组合风险分散化的效果大小[4]。

4.3.3. 计算股票收益的均值与标准差方差

均值和标准差方差是描述一个总体的两个统计量，用来衡量一组数据的平均水平，用来衡量一组数据在总体中所占比例，用来衡量一组数据的离散程度。通常，由马科维茨投资组合模型可知，标准差与方差越大，说明股票的投资风险越大，投资的收益波动越大，该股票投资者的收益越不稳定。

利用 EViews 10 软件分别计算出五只股票的均值(平均收益率)(从 2024 年 1 月 2 日至 2024 年 3 月 28 日)，见表 4，然后分别计算出五只股票的标准差和方差，见表 5 和表 6。

Table 4. Mean value table

表 4. 均值表

股票	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
均值	0.0009	0.0023	0.0023	0.0043	0.0015

Table 5. Standard deviation table

表 5. 标准差表

股票	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
标准差	0.01079	0.034353	0.017804	0.021207	0.024791

Table 6. Variance table

表 6. 方差表

股票	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
方差	0.0001	0.0012	0.0003	0.0005	0.0006

从表 5 和表 6 可以看出，长江电力的标准差与方差最小，故长江电力的投资风险最小，投资的收益波动最小，该股票投资者的收益在五只股票中最稳定；科大讯飞在五只股票中的标准差与方差最大，故科大讯飞的投资风险最大，投资的收益在五只股票中波动最大，该股票投资者的收益在五只股票中最不

稳定。以此类推，由标准差和方差的大小可以得出剩余三只股票的投资风险排名、投资收益波动幅度的排名，投资者收益稳定性的排名从小到大分别是五粮液、中国铝业、中国中免[4]。

4.3.4. 计算协方差

计算协方差是利用马科维茨模型的一个重要步骤，是实现投资组合选择的基础。协方差是对收益的非对称分布，即对收益进行非对称分析时得到的方差。协方差矩阵和期望方差矩阵一样，也具有对称性。

在马科维茨模型中，计算协方差时必须用到马科维茨风险模型中的一个重要性质：期望收益率大于零。也就是说，投资组合中必须有一个或几个股票有正的期望收益率，否则不能实现预期收益。协方差越大，说明两只股票的相关性越强，该股票投资者所面临的风险也越大，简单来说，当协方差大于 0 时，说明两只股票中一只股票表现为盈利，另一只股票亏损；当协方差小于 0 时，说明两只股票表现为同时盈利或亏损；当协方差等于 0 时，则表现为两只股票的投资组合没有相关性。通过 EViews 10 软件计算出五只股票间的协方差，如下表 7 所示。

Table 7. Covariance table
表 7. 协方差表

	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
长江电力	0.0001	0	0	0.0001	0
科大讯飞	0	0.0012	0.0002	0.0001	0.0003
五粮液	0	0.0002	0.0003	0.0001	0.0003
中国铝业	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0002
中国中免	0	0.0003	0.0003	0.0002	0.0006

以中国铝业为例，从上表可以看出，中国铝业与长江电力、科大讯飞、五粮液、中国中免四只股票的协方差均大于 0，故股票中国铝业与其余四只股票的投资组合均表现为一只盈利，一只亏损，则股票中国铝业与剩余四只股票的投资组合均没有表现为同时盈利或亏损的情况。其中，中国铝业与股票中国中免的协方差值最大，说明中国铝业与中国中免的股票投资组合与其他四只股票的投资组合相比相关性最强。

以科大讯飞为例，从上表可以看出，科大讯飞与四只股票之间的协方差值均大于 0 或等于 0，则科大讯飞与长江电力、五粮液、中国铝业、中国中免四只股票的投资组合均表现为一只盈利，一只亏损的情况。其中，科大讯飞与股票中国中免的协方差值最大，说明科大讯飞与中国铝业的股票投资组合与其他四只股票的投资组合相比相关性最强。以此类推，可以分别得出其他三只股票与其自身的最强相关性投资组合，分别是长江电力与中国铝业、五粮液与中国中免、中国中免与科大讯飞以及五粮液[4]。

5. 马科维茨模型结果分析

马科维茨模型通过股票的历史数据，计算协方差、相关系数、标准差、均值等，如果股票选择不同，那么它们的权重也不相同。对于所有股票而言，我们可以通过计算它们的协方差以及期望收益率来确定其权重，最终得出最优股票投资组合方式。通过 MATLAB 计算得出权重，见表 8。

Table 8. Weight table
表 8. 权重表

股票	长江电力	科大讯飞	五粮液	中国铝业	中国中免
权重	0.8211	0.0232	0.2318	-0.1026	0.0265

从上表可以看出，股票长江电力的投资占比最多，而股票中国铝业的投资占比最少。

6. 总结

本文基于马科维茨模型，即均值-方差模型，通过选取五只股票 2024 年 1 月份到 3 月份的收盘价历史数据，计算得出收益率、标准差、方差、均值等，研究最优股票投资组合权重，确定最优投资组合方式，希望可以在股票的组合选择上给大家提供一些帮助。然而，马科维茨模型在实际操作中也存在一些不足。首先，该模型假设投资者是理性的，并且能够准确预测未来的收益率和风险。但在现实中，投资者的决策往往受到各种因素的影响，如市场情绪、信息不对称等。其次，该模型没有考虑交易成本、流动性等因素对投资组合性能的影响。此外，对于大规模的投资组合，马科维茨模型的计算复杂度较高，实际应用中可能存在困难。因此，在应用马科维茨模型进行股票投资组合分析时，投资者需要综合考虑各种因素，如市场环境、个人偏好等。同时，投资者还可以结合其他投资理论和工具，如资本资产定价模型(CAPM)、套利定价理论(APT)等，来进一步完善和优化投资组合策略。

7. 马科维茨模型的局限性

7.1. 假设条件的限制

马科维茨模型假设投资者是理性的，能够处理不确定性和风险，并追求期望效用最大化。然而，实际中投资者可能受到心理和行为偏差的影响，导致决策偏离理性。

该模型还假设市场是完全竞争的，但现实中市场往往存在不完全竞争的情况，投资者难以获得完全的信息和准确的预期收益率和风险。

7.2. 风险测量的局限性

马科维茨模型主要使用历史数据来测量风险，但这种方法可能无法准确反映未来的风险。该模型使用标准差(即波动率)来衡量风险，但标准差既包含了价格下降产生的风险，也包括了价格上涨带来的机会，这可能并不完全符合投资者对风险的定义。

此外，模型未考虑到不同投资者对风险的承受能力和偏好可能不同。

7.3. 模型应用的复杂性

当股票数量基数特别大时，计算证券的协方差矩阵将变得极为复杂，这限制了模型在大型投资组合中的应用。模型对输入变量的准确性要求较高，而统计估计方法在计算期望数据时可能会产生误差，影响最终的投资组合方案。模型存在“蝴蝶效应”，即输入的细微变化可能导致输出结果的巨大差异，这使得模型在实际应用中的稳定性受到挑战。

7.4. 实际操作的可行性

虽然马科维茨模型为投资者提供了一种科学的投资组合选择方法，但在实际操作中，由于市场的不确定性和交易成本等因素，投资者很难完全按照该模型进行操作。

重新配置投资组合可能涉及高成本，有时维持现状而非急于调整可能是更明智的选择。

综上所述，虽然马科维茨模型为股票投资组合研究提供了一种理论框架，但在实际应用中需要考虑到其局限性，并结合实际情况进行灵活调整。

参考文献

- [1] 马甜. 均值-方差模型理论及其在我国股票市场的应用[J]. 财富时代, 2022(1): 148-150.

- [2] 刘科弟. 马科维茨理论构造投资组合[J]. 现代商业, 2018(36): 44-45.
- [3] 曾颖苗, 张珺, 张晴. 马科维茨模型在股市最优投资组合选择中的实证研究[J]. 湘潭师范学院学报(社会科学版), 2009, 31(4): 88-91.
- [4] 陈骏兰. 基于马科维茨模型的股票投资组合实证研究[J]. 品牌研究, 2018(2): 146-147.