

依托实验现象深度研究自感问题

谭文¹, 黄绍书^{1,2}

¹六盘水市第23中学, 贵州 六盘水

²安顺学院数理学院, 贵州 安顺

收稿日期: 2024年6月2日; 录用日期: 2024年7月2日; 发布日期: 2024年7月11日

摘要

本文利用日光灯电感镇流器大自感系数和普通小自感线圈的特点, 设计了教学体验型实验, 根据实验现象对自感问题进行了比较深入的研究, 给出了实验电路在线性模型下的通电路程及断电过程的自感电动势和自感电流表达式。分析了线性理论结果与实验现象不完全吻合的原因, 同时, 纠正了有关文献对自感电流和自感电动势的错误认识。

关键词

大自感系数, 电流变化, 自感电动势, 自感电流

Deep Research on Self-Inductance Issues Based on Experimental Phenomena

Wen Tan¹, Shaoshu Huang^{1,2}

¹No. 23 Middle School in Liupanshui City, Liupanshui Guizhou

²School of Mathematics and Physics, Anshun University, Anshun Guizhou

Received: Jun. 2nd, 2024; accepted: Jul. 2nd, 2024; published: Jul. 11th, 2024

Abstract

In this paper, using the characteristics of high self-inductance coefficient of fluorescent lamp inductor ballasts and ordinary small self-inductance coils, a teaching experience experiment is designed. Based on the experimental phenomena, a more in-depth study is conducted on the self-inductance problem, and expressions for the self-induced electromotive force and self-induced current of the

文章引用: 谭文, 黄绍书. 依托实验现象深度研究自感问题[J]. 现代物理, 2024, 14(4): 125-134.

DOI: 10.12677/mp.2024.144015

experimental circuit during the electrification and power-off processes in a linear model are provided. The reasons for the incomplete agreement between the results of linear theory and experimental phenomena are analyzed, and at the same time, the erroneous understanding of self-induced current and self-induced electromotive force in relevant literature is corrected.

Keywords

High Self-Inductance Coefficient, Current Variation, Self-Induced Electromotive Force, Self-Induced Current

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题的提出

关于自感电动势 $E_{\text{自感}}$, 高等院校物理教材[1]和中学物理教材[2]-[9]中通常将其表示为:

$$E_{\text{自感}} = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (1)$$

其中, L 称为自感器(线圈)的自感系数, $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ 称为电路中的电流变化率。(1)式表明, 自感电动势跟自感器的自感系数成正比, 跟电路中的电流变化率成正比。

然而, 有文献[10]根据基尔霍夫回路电压定律通过一系列的推理和解释后对(1)式予以否决, 认为自感电动势跟自感器的自感系数无关, 而仅跟电路中的总电阻及电流强度有关系, 即满足:

$$E_{\text{自感}} = I R_{\text{总}} \quad (2)$$

其中, I 为电流中某时刻对应的电流强度, $R_{\text{总}}$ 为电路中的总电阻。

另外, 关于自感电流的概念的界定不很清晰, 个别文献[11]认为只要有自感现象存在时的电路中的电流就是自感电流。这很不客观, 有失偏颇。

本文从实验出发, 结合自感暂态过程对自感涉及的系列问题进行理想化线性研究, 发现实验现象体现的自感电流和自感电动势都跟线性理论不很吻合。

2. 实验器材及电路设计

大自感器(日光灯电感镇流器)和小自感线圈(直径 30 mm 无铁芯 200 匝无铁芯普通螺线管)各 1 个, 2.5 V 0.3 A 小灯珠 1 只, 220 V 100 W 白炽灯泡 1 只, 大号干电池 2 节, 电键 1 个, 导线若干。另外, 安排 10 名左右学生(同事或其他人员)协助实验。

Table 1. Parameters of the resistance values of the human body and the experimental equipment used (estimated values)

表 1. 人体及所用实验器材的电阻值参数(估计值)

日光灯电感镇流器	普通自感线圈	每节干电池	人体两手之间平均值	220 V 100 W 白炽灯泡	2.5 V 0.3 A 小灯珠
$\approx 1 \Omega$	$\approx 1 \Omega$	$\approx 0.5 \Omega$	干燥状态: $\approx 3000 \Omega$ 潮湿状态: $\approx 500 \Omega$	常温状态: $\approx 50 \Omega$ 正常发光: $\approx 500 \Omega$	常温状态: $\approx 1 \Omega$ 正常发光: $\approx 10 \Omega$

本实验的整个过程均在比较干燥的环境中进行, 对实验现象分析中需要用到人体及实验器材的电阻值参数(估计值), 见表 1。

本实验主要是为了观察通电暂态过程和断电暂态过程中的自感现象, 并对此作出比较合理的分析, 为此分别设计如图 1 和图 2 所示的两种电路。

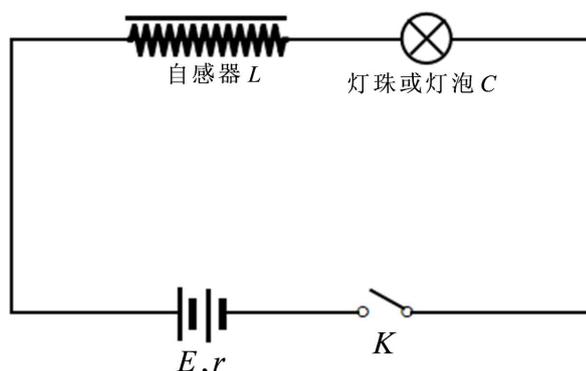


Figure 1. Self-induction phenomenon when powered on
图 1. 通电自感现象

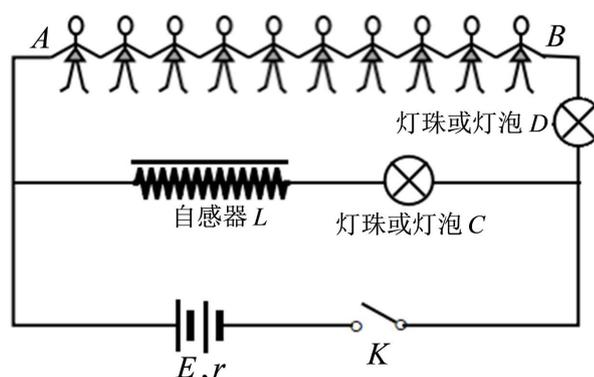


Figure 2. Self-induction phenomenon when powered off
图 2. 断电自感现象

3. 实验现象

3.1. 通电自感

将大自感器或小自感线圈、小灯珠或白炽灯泡、电池组及电键按图 1 所示连接成电路, 观察闭合电键后一段时间内的自感现象。

1) 若 L 为大自感器, C 为小灯珠, 则小灯珠逐渐变亮直至稳定发光即“滞后发光”, 且“滞后发光”的滞后时间较长。同时, 若闭合电键的速度越快, 则小灯珠“滞后发光”现象越明显, 即小灯珠“滞后发光”滞后时间越长。

2) 若 L 为小自感线圈, C 为小灯珠, 则小灯珠仍有“滞后发光”现象, 但“滞后发光”的滞后时间很短。同时, 若闭合电键的速度越快, 则小灯珠“滞后发光”现象越明显, 即小灯珠“滞后发光”滞后时间越长。

3) 若 C 为白炽灯泡, 则不论 L 为大自感器还是小自感线圈以及不论闭合电键的速度有多快, 都不能

观察到白炽灯泡的发光现象。

3.2. 断电自感

将大自感器或小自感线圈、小灯珠或白炽灯泡、电池组及电键按图 2 所示连接成电路, 观察电键闭合稳定后又突然断开电键一段时间内的自感现象。

1) 若 L 为大自感器, C 和 D 均为小灯珠, 则突然断开电键时, 人体有明显的触电感, 同时小灯珠 C 逐渐变暗直至熄灭即“延迟发光”, 而小灯珠 D 熄灭后又变亮再熄灭即“闪亮熄灭”。同时, 若断开电键的速度越快, 则小灯珠 C 的“延迟发光”时间就越长, 小灯珠 D 的“闪亮熄灭”和人体触电感就越明显。

2) 若 L 为大自感器, C 和 D 均为白炽灯泡, 则突然断开电键时, 人体有明显的触电感, 但不能观察到 C 和 D 的发光现象。同时, 若断开电键的速度越快, 人体触电感就越明显。

3) 若 L 为大自感器, C 为小灯珠而 D 为白炽灯泡, 则突然断开电键时, 人体有明显的触电感, 小灯珠 C 有“延迟发光”现象, 而白炽灯泡 D 不能观察到发光现象。同时, 若断开电键的速度越快, 则小灯珠 C 的“延迟发光”时间就越长, 人体触电感就越明显。

4) 若 L 为大自感器, C 为白炽灯泡而 D 为小灯珠, 则突然断开电键时, 每个人都有明显的触电感, 小灯珠 D 有“闪亮熄灭”现象, 而白炽灯泡 C 不能观察到发光现象。同时, 若断开电键的速度越快, 则小灯珠 D 的“闪亮熄灭”现象和人体触电感就越明显。

5) 若 L 为小自感线圈, C 和 D 均为小灯珠, 则突然断开电键时, 小灯珠 C 的“延迟发光”和小灯珠 D 的“闪亮熄灭”现象及人体触电感不明显, 甚至观察不到。

6) 若 L 为小自感线圈, C 和 D 均为白炽灯泡, 则突然断开电键时, 不能观察到 C 和 D 的发光现象, 人体触电感也不明显, 甚至观察不到。

7) 若 L 为小自感线圈, C 为小灯珠而 D 为白炽灯泡, 则突然断开电键时, 不能观察到白炽灯泡 D 的发光现象, 小灯珠 C 的“延迟发光”现象及人体触电感也不明显, 甚至观察不到。

8) 若 L 为小自感线圈, C 为白炽灯泡而 D 为小灯珠, 则突然断开电键时, 不能观察到白炽灯泡 C 的发光现象, 小灯珠 D 的“闪亮熄灭”现象及人体触电感也不明显, 甚至观察不到。

4. 自感线性理论

图 1 和图 2 中的自感过程实际都属于 RL 电路的暂态过程。暂态过程总存在一些非线性因素, 但这里仅作理想化完全线性分析。

4.1. 通电自感

在图 1 所示的电路中, 设自感器的自感系数为 L , 电阻为 R_L , 小灯珠电阻为 R_C , 电源电动势为 E , 内电阻为 r , 在闭合电键后的某一任意时刻电路中的电流强度为 i (变量)。那么有:

$$E - L \frac{di}{dt} = i(R_C + R_L + r) \quad (3)$$

将(3)式变形为:

$$L \frac{di}{dt} + i(R_C + R_L + r) = E \quad (4)$$

显然, 这是一个关于电流变量 i 及其一阶导数 $\frac{di}{dt}$ 的常微分方程。可将其进行分离变量, 改写为:

$$\frac{L}{R_C + R_L + r} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_C + R_L + r} - i \quad (5)$$

即是:

$$\frac{di}{\frac{E}{R_C + R_L + r} - i} = \frac{R_C + R_L + r}{L} \cdot dt \quad (6)$$

对(6)式两边进行积分, 可得:

$$i = \frac{E}{R_C + R_L + r} - \frac{E}{R_C + R_L + r} e^{-\frac{R_C + R_L + r}{L}t} \quad (7)$$

显然, (7)式所表示的电路中电流的右边第一项是由电源电动势引起的定值电流, 而第二项是由自感电动势引起的变化电流。为了表述方便, 这里将由电源电动势引起的电流称为电源电流, 而将由自感电动势引起的电流称为自感电流。因此, 电源电流为:

$$i_{\text{电源}} = \frac{E}{R_C + R_L + r} \quad (8)$$

自感电流的瞬时表达式为:

$$i_{\text{自感}} = -\frac{E}{R_C + R_L + r} e^{-\frac{R_C + R_L + r}{L}t} \quad (9)$$

不难看出, 自感电流的峰值即为电键闭合稳定时的电流, 也就是:

$$I_{\text{m自感}} = -\frac{E}{R_C + R_L + r} \quad (10)$$

自感电动势的瞬时表达式为:

$$\varepsilon_{\text{自感}} = -E e^{-\frac{R_C + R_L + r}{L}t} \quad (11)$$

可以看出, 自感电动势的峰值即为电源电动势, 也就是:

$$E_{\text{m自感}} = -E \quad (12)$$

另外, 还可以看出, 在(7)式中, 当时间 $t = \tau = \frac{L}{R_C + R_L + r}$ 时,

$$i = \frac{E}{R_C + R_L + r} \left(1 - \frac{1}{e}\right) \approx 0.63 \frac{E}{R_C + R_L + r} \quad (13)$$

通常将 $\tau = \frac{L}{R_C + R_L + r}$ 称为自感回路的弛豫时间, 用来衡量自感回路中电流变化快慢程度。很明显, 回路中 L 越大, $(R_C + R_L + r)$ 越小, 弛豫时间 τ 就越大, 上述的小灯珠的“滞后发光”效应就越显著。若令回路中的稳定电流即电源电流为 $I_0 = \frac{E}{R_C + R_L + r}$, 那么综合(7)~(12)式, 可将回路中的电路电流 i 、电源电流 $i_{\text{电源}}$ 及自感电流 $i_{\text{自感}}$ 形象地用图像表示, 如图 3 所示。

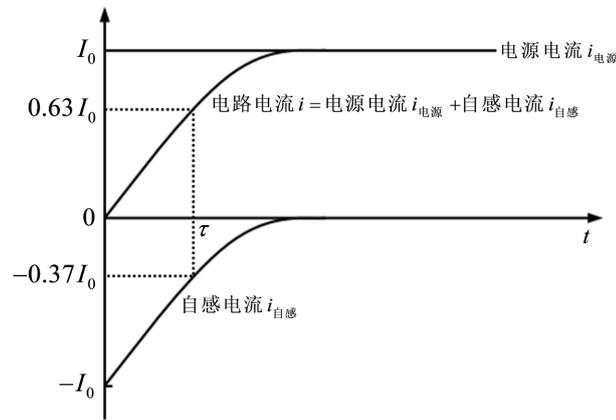


Figure 3. Relationship between circuit current, power supply current and self-induced current
图 3. 电路电流、电源电流及自感电流的关系

4.2. 断电自感

在图 2 所示的电路中, 设自感器的自感系数为 L , 电阻为 R_L , 小灯珠或白炽灯泡 C 和 D 的电阻分别为 R_C 和 R_D , 人体电阻为 R_{λ} , 电源电动势为 E , 内电阻为 r (为使计算简便, 令 $r = 0$)。在闭合电键稳定后, 自感器支路的电流为:

$$I_0 = \frac{E}{R_C + R_L} \quad (14)$$

人体支路的电流为:

$$I'_0 = \frac{E}{R_D + R_{\lambda}} \quad (15)$$

将电键 K 突然断开时, 电路中没有外电源, 只能由自感电动势维持自感器支路和人体支路构成的回路, 因此, 回路电流即自感电流的微分方程为:

$$-L \frac{di}{dt} = i(R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}) \quad (16)$$

即是:

$$\frac{di}{i} = -\frac{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}{L} dt \quad (17)$$

两边积分并化简, 得回路电流即自感电流瞬时表达式为:

$$i_{\text{自感}} = i = C e^{-\frac{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}{L} t} \quad (18)$$

其中, C 为与电流具有相同量纲的待定常数。根据初始条件, 当 $t = 0$ 时, $i = I_0$, 即 $C = I_0$ 。因此, (18) 式可改写为:

$$i_{\text{自感}} = I_0 e^{-\frac{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}{L} t} = \frac{E}{R_C + R_L} e^{-\frac{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}{L} t} \quad (19)$$

不难看出, 自感电流的峰值即为电键闭合稳定时自感器支路的电流, 也就是:

$$I_{\text{m自感}} = I_0 = \frac{E}{R_C + R_L} \quad (20)$$

另外, 自感电动势的瞬时表达式为:

$$\varepsilon_{\text{自感}} = -L \frac{di}{dt} = \frac{E(R_C + R_L + R_D + R_{\lambda})}{R_C + R_L} e^{-\frac{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}{L}t} \quad (21)$$

可以看出, 自感电动势的峰值大于电源电动势, 也就是:

$$E_{\text{m自感}} = \frac{E(R_C + R_L + R_D + R_{\lambda})}{R_C + R_L} > E \quad (22)$$

根据(18)式或(19)式, 突然切断电键后, 自感器支路的电流并未立即降为零, 而是由 $I_0 = \frac{E}{R_C + R_L}$ 逐渐减小, 故小灯珠会有明显的“延迟发光”现象。经过一定的弛豫时间 $\tau = \frac{L}{R_C + R_L + R_D + R_{\lambda}}$ 后, 电流将为原稳定值 I_0 的 $\frac{1}{e}$ 即约为 $0.37 I_0$ 。

同样, 也可将图 2 电路中切断电键前后, 自感器支路和人体支路的电流用图像表示, 如图 4 所示。从图中可以看出, 在切断电键即 $t=0$ 时, 人体支路电流发生突变, 即由 I'_0 突变到 $-I_0$; 而自感器支路电流虽然没有发生突变, 但图像在该时刻也出现奇点, 也就是呈现连续而不可导的现象。

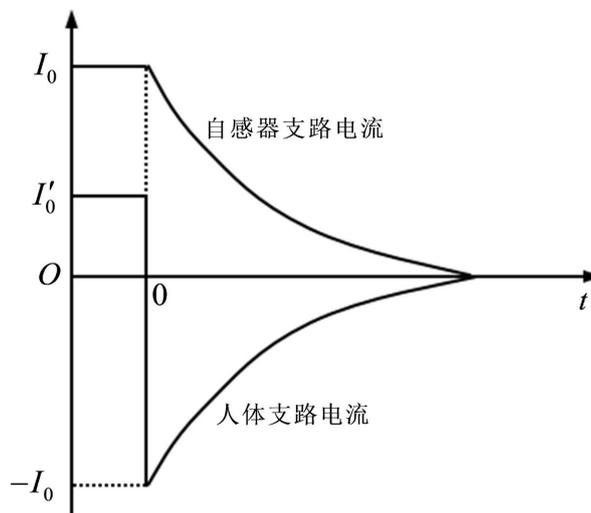


Figure 4. Current relationship before and after cutting off the key in each branch
图 4. 各支路切断电键前后的电流关系

5. 实验现象的线性分析及案例说明

5.1. 通电自感

根据(10)式和表 1 中的各电阻值参数可以计算得出, 在图 1 所示的通电暂态过程中, 自感电流的峰值为:

$$I_{\text{m自感}} = -\frac{E}{R_C + R_L + r} = \begin{cases} -\frac{3}{10+1+1} = -0.25(\text{A}) & (\text{小灯珠取发光状态电阻, 下同}) \\ -\frac{3}{50+1+1} = -0.06(\text{A}) & (\text{白炽灯泡取常温状态电阻, 下同}) \end{cases} \quad (23)$$

这恰好等于稳定状态时的电源电流, 其中“-”表示自感电流对电源电流的阻碍作用。

综合(7)~(12)式和(23)式可以看出, 由于自感电流对电源电流的阻碍作用, 图 1 所示电路的通电暂态过程中的回路电流 i 由 0 逐渐增大到稳定值即电源电流。这正是图 1 所示的通电暂态过程中, 当 C 为小灯珠时, 小灯珠“滞后发光”的本质原因。同时说明, 当 C 为白炽灯泡时, 由于回路中电阻大, 使得回路电流远小于白炽灯泡的工作电流, 故不能观察到白炽灯泡的发光现象。

然而, 这不能解释“若闭合电键的速度越快, 则小灯珠‘滞后发光’现象越明显, 即小灯珠‘滞后发光’滞后时间越长”的现象。

同时, 也不能解释自感现象跟自感器的自感系数有关的问题。这与通电或断电的暂态过程中, 接触电阻的变化及电磁辐射有着密切的关系。

5.2. 断电自感

根据表 1 中的电阻值参数和(22)式可知, 在图 2 所示电路中, 断电自感电动势的峰值可能远大于电源电动势。比如, 在人体皮肤干燥、 C 和 D 分别用白炽灯泡和小灯珠进行各种搭配进行实验。若仅 1 人两手捏住 A 、 B 之间, 可得断电自感电动势的峰值约为:

$$E_{m\text{自感}} = \frac{E(R_C + R_L + R_D + R_A)}{R_C + R_L} = \begin{cases} \frac{3 \times (10 + 1 + 10 + 3000)}{10 + 1} = 824(\text{V}) \\ \frac{3 \times (50 + 1 + 50 + 3000)}{50 + 1} = 182(\text{V}) \\ \frac{3 \times (10 + 1 + 50 + 3000)}{10 + 1} = 834(\text{V}) \\ \frac{3 \times (50 + 1 + 10 + 3000)}{50 + 1} = 180(\text{V}) \end{cases} \quad (24)$$

若有 10 人手牵手捏住 A 、 B 之间, 则断电自感电动势的峰值约为:

$$E_{m\text{自感}} = \frac{E(R_C + R_L + R_D + R_A)}{R_C + R_L} = \begin{cases} \frac{3 \times ((10 + 1 + 10 + 30000))}{10 + 1} = 8086(\text{V}) \\ \frac{3 \times (50 + 1 + 50 + 30000)}{50 + 1} = 1770(\text{V}) \\ \frac{3 \times (10 + 1 + 50 + 30000)}{10 + 1} = 8198(\text{V}) \\ \frac{3 \times (50 + 1 + 10 + 30000)}{50 + 1} = 1768(\text{V}) \end{cases} \quad (25)$$

根据(24)和(25)两式可以计算出, 无论是 1 人实验或是多人实验, 断电瞬间每人都承担 800 V 或 180 V 左右的最高电压, 而小灯珠承担 1 V 或 2.8 V 左右的最高电压, 白炽灯泡承担 2.8 V 或 13.5 V 左右的最高电压。同时, 根据(20)式结合表 1 中的数据可计算得出如图 2 所示电路的断路暂态过程中, 自感电流的峰值为闭合电键稳定时的自感器支路电流, 即:

$$I_{m\text{自感}} = I_0 = \frac{E}{R_C + R_L} = \begin{cases} \frac{3}{10 + 1} = 0.27(\text{A}) \\ \frac{3}{50 + 1} = 0.06(\text{A}) \end{cases} \quad (26)$$

综合(14)式、(22)式的分析和(24)~(26)三式的计算结果, 就容易解释如图 2 所示电路的通路暂态过程和断路暂态过程中, 小灯珠的“滞后发光”或“延迟发光”及“闪亮熄灭”现象。

同样, 这不能解释“若闭合或断开电键的速度越快, 则小灯珠‘滞后发光’、‘延迟发光’、‘闪亮熄灭’现象越明显”的现象。

同时, 也不能解释自感现象跟自感器的自感系数有关的问题。

5.3. 日光灯的启动原理

如图 5 所示是日光灯工作电路及启辉器内部结构的示意图。日光灯直接用 20 V 50 Hz 交流电供电, 接通电路后, 启辉器氖管产生辉光放电, 使双金属片温度升高而膨胀与静触片接触, 电流经镇流器、灯丝、启辉器形成回路。随即双金属片与静触片之间的接触电阻减小、发热减少、温度降低而分开, 致使镇流器中的电流迅速减小。这时灯管相当于一个电阻很大的元件跟镇流器、电源等构成回路, 因此镇流器由于自感将会产生 1500 V 左右的高自感电动势(相当于前述的断路自感), 这一电动势与 220 V 的电源电压同时几乎全部加在灯管两端, 从而使灯管正常启动发光。灯管正常工作后, 其两端的电压比 220 V 低得多, 一般只有 100 V 左右, 这同样也靠整流器的自感来维持。

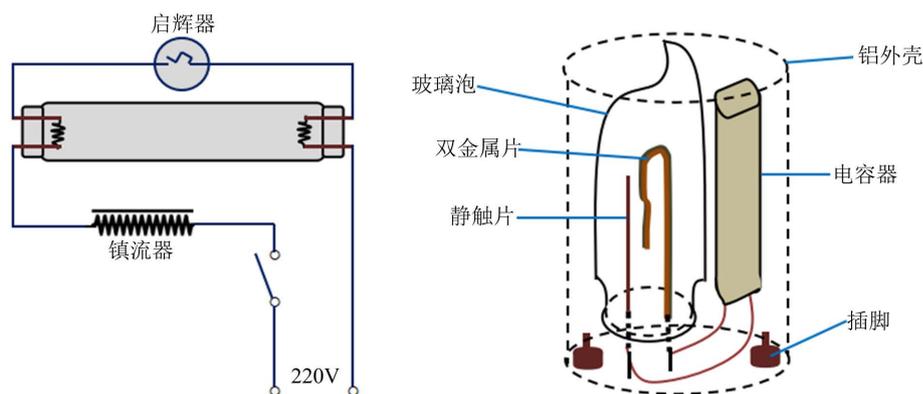


Figure 5. Working circuit of fluorescent lamp and internal structure of starter
图 5. 日光灯工作电路及启辉器内部结构

6. 结论

1) 通常的 RL 电路在通电或断电的暂态过程中, 由于接触电阻变化以及电磁辐射等非线性因素的影响, 使得 RL 电路实际是非线性电路或者说成是非理想化线性电路。而在非线性 RL 电路里, 弛豫时间 τ 并非常数[12] [13], 这是导致实验现象与线性理论之间存在差异的主要原因之一。

2) RL 电路在理想化线性条件下的暂态过程中, 其自感电动势的峰值和自感电流的峰值均与自感系数无关。其中, 图 1 的通电暂态过程的自感电动势峰值等于电源电动势, 而自感电流的峰值决定于自感电动势的峰值和自感回路的总电阻; 图 2 的断电暂态过程的自感电动势的峰值随自感回路的总电阻增大而增大, 而自感电流的峰值恒等于闭合电键稳定时自感器的支路电流。

3) 自感电流和自感电动势的实际变化规律很复杂, 在理想化线性条件下随时间呈指数变化, 并必须受到电路常数即弛豫时间 τ 的倒数 $\left(\frac{R_C + R_L + r}{L} \text{ 或 } \frac{R_C + R_L + R_D + R_A}{L}\right)$ 的约束。因此, 前述文献[10]认为“自感电动势跟自感器的自感系数无关”的观点是错误的。

7. 结语

实验表明, 不论是通电暂态过程的自感电动势和自感电流, 还是断电暂态过程的自感电动势和自感电流, 都与自感器的自感系数和电流变化率呈单调递增关系。然而, 这与采用完全线性分析得出的通电

暂态过程或断电暂态过程的自感电动势和自感电流的峰值都跟自感器的自感系数及电流变化率无关不相吻合。因此, 关于对自感问题的理解和认识, 仅作理想化的线性分析不能完全反映其客观本质, 还有诸多方面需要进一步的研究和讨论。

基金项目

2022 年教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会大中物理教育衔接工作委员会教学研究课题“三新背景下县域普通高中物理实验教学策略研究”(立项编号: WX202242)部分研究成果。

参考文献

- [1] 赵凯华, 陈熙谋. 新概念物理教程电磁学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 209-210.
- [2] 人民教育出版社课程教材研究所物理课程教材研究中心. 普通高中教科书物理选择性必修第二册[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 40-43.
- [3] 人民教育出版社课程教材研究所物理课程教材研究中心. 普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-2 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 22-24.
- [4] 陈熙谋, 吴祖仁. 普通高中教科书物理选择性必修第二册[M]. 北京: 教育科学出版社, 2021: 48-51.
- [5] 廖伯琴. 普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-2 [M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2011: 29-32.
- [6] 廖伯琴. 普通高中教科书物理选择性必修第二册[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2019: 41-43.
- [7] 束炳如, 何润伟. 普通高中教科书物理选择性必修第二册[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2019: 49-53.
- [8] 束炳如, 何润伟. 普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-2 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2007: 27-30.
- [9] 蒋最敏, 高景. 普通高中教科书物理选择性必修第二册[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2021: 50-52.
- [10] 胡德元. 自感电动势大小与自感系数无关[J]. 物理通报, 2014(z2): 116-117.
- [11] 靳振江. 自感现象中的自感电流和自感电动势大小[J]. 洛阳师范学院学报, 2005, 24(2): 135-137.
- [12] 彭川来. 基于有限增量法的非线性 RL 电路的研究[J]. 机电产品开发与创新, 2015, 28(5): 118-120.
- [13] 彭川来. 一阶非线性 RL 电路的研究[J]. 机电技术, 2014(3): 69-70, 74.