

# 基于非局域超导量子谐振器的贝尔态制备

黎 杰

天津工业大学物理科学与技术学院, 天津

收稿日期: 2024年4月21日; 录用日期: 2024年5月21日; 发布日期: 2024年5月29日

## 摘 要

量子信息是量子物理和信息科学相结合的新型交叉学科, 超导量子谐振器因其可被灵活设计、存储和引导微波光子以及拥有高品质因子等特点成为一个很好的量子信息处理平台。本文研究了基于非局域超导谐振器的全共振贝尔纠缠态的产生过程。使用的系统由一个长超导传输线所连接的两个非局域一维超导谐振器组成, 这两个非局域谐振器又分别与两个承载信息的超导谐振器耦合。在本方案中, 传输线不会被布局微波光子, 从而可以抵抗长传输线的光子损失带来的影响。这也使得长传输线可以被设计的更为复杂以连接更多的非局域超导谐振器达成基于超导谐振器的大规模分布式量子计算。

## 关键词

腔量子电动力学, 量子纠缠, 量子计算

# Bell State Generation Based on Non-Local Superconducting Quantum Resonators

Jie Li

School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

Received: Apr. 21<sup>st</sup>, 2024; accepted: May 21<sup>st</sup>, 2024; published: May 29<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Quantum information is a new interdisciplinary field that combines quantum physics and information science. Superconducting quantum resonators have become a good platform for quantum information processing due to their flexible design, storage, and guidance of microwave photons, as well as their high quality factors. This article investigates the generation process of fully resonant Bell entangled states based on non-local superconducting resonators. The system used consists of two non-local one-dimensional superconducting resonators connected by a long super-

conducting transmission line, which are coupled to two superconducting resonators carrying information, respectively. In this scheme, the transmission line will not be laid out with microwave photons, so it can resist the impact of photon loss caused by long transmission lines. This also makes long transmission lines more complex to connect more non local superconducting resonators for large-scale distributed quantum computing based on superconducting resonators.

## Keywords

Cavity Quantum Electrodynamics, Quantum Entanglement, Quantum Computation

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

量子纠缠的产生是量子信息处理(QIP) [1]的一项基本任务,已在许多量子系统中得以实现,如在光子 [2] [3] [4]、核磁共振[5] [6] [7]、金刚石氮空位中心[8] [9] [10] [11] [12]和腔量子电动力学(QED)中[13]。由于原子与光子之间一旦实现强耦合便可以对原子或光子进行快速 QIP,所以人们对原子与单模光场组成的腔 QED 系统进行了大量研究。人工量子系统因为其具有大规模集成的良好潜力所以在模拟腔 QED 方面引起了广泛关注。

电路 QED [14] [15]作为一种人工量子系统,由人工原子超导量子比特(SQ)和超导谐振器(SR)组成,基于 SQ 或 SR 的通用量子计算研究也已经取得了很大进展。SQ 方面, SQ 一般由电容、电感和约瑟夫森结构成,其能量弛豫时间已提高到  $50 \mu\text{s}$  [16]左右,近些年人们正在试图实现基于其的容错量子计算。例如,Chow 等人[17]在 2014 年实现了一种可扩展的容错量子计算结构。Martinis 等人[18]在 2015 年通过在一个由 9 个 SQ 组成的线性阵列的超导量子电路中,通过重复误差检测实现了量子状态的保持。SR 方面, SR 是基于超导量子电路的重要器件,其在存储和引导微波光子方面有重要作用。除此之外, SR 还可以在超导体原子间传递信息,充当量子数据线的的作用。近些年, SR 的品质因子已被提高到  $10^6$  [19],这意味着该 SR 可以作为一种良好的量子信息载体。已经有大量实验和理论工作在研究基于 SR 的 QIP,例如, Wang 等人[20]在 2011 年实现了两个 SR 的 NOON 态纠缠。Taylor 等人[21]在 2013 年提出了一种利用电路 QED 实现非线性光学量子计算的方案。与此同时,基于 SR 的通用量子门构造[22]-[27]、纠缠产生[28]-[33]和测量[34] [35] [36]等量子计算的基本任务也有很多研究工作。

基于电路量子电动力学的量子处理器的主要集成方式包括:一些 SQ 和一个 SR [37]的耦合,一些 SR 与一个 SR 总线[38]或一些 SR 与一个 SQ [39] [40] [41]的耦合,以及一些电路 QED 通过 SR 总线[42]的耦合等。在本文中,我们关注另一种集成多个 SR 或 SQ 的芯片类型——分布式量子计算(DQC) [43],它需要一条长传输线(TL)来连接许多本地处理器,以形成一个量子网络。在 DQC 中,量子器件之间的串扰可以进一步减少。为了实现远距离量子器件上的纠缠操作,人们需要在 TL 中使用真实的光子传播或暗光子的绝热演化。在电路 QED 中,为了连接多个处理器,需要对超导 TL 进行复杂的设计,从而降低 TL 的品质因子,提高了其中微波光子的泄漏率。因此,基于电路 QED 的分布式量子计算需要考虑超导 TL 中的暗光子的绝热演化过程。

本文是基于非局域性的超导量子谐振器的纠缠研究。在一个长超导 TL 连接两个 SR,且这两个 SR

又分别与两个承载量子信息的 SR 耦合的系统中,提出了一种基于两个非局域超导量子 SR 的贝尔态产生方案。通过让所有 SR 和超导 TL 的频率相等,本方案可以使超导 TL 不被布局微波光子从而克服 TL 泄漏的影响。通过考虑可行的实验参数,贝尔态的保真度可达到 99% 左右。

## 2. 系统模型及其哈密顿量

为了构建基于两个远程超导谐振器的贝尔态纠缠产生方案。我们考虑系统如图 1 所示,该系统由长超导传输线( $r_f$ )连接两个远距离一维超导谐振器( $R_{a1}$  和  $R_{a2}$ ),且  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  又分别于两个承载量子信息的超导谐振器( $b_1$  和  $b_2$ )耦合组成。

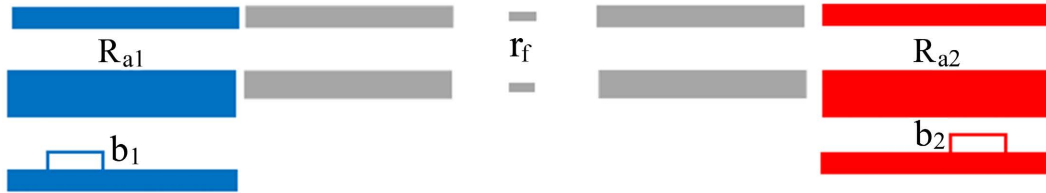


Figure 1. Diagram for preparing Bell states based on two long-range superconducting quantum resonators

图 1. 基于两个远距离超导量子谐振器制备贝尔态的装置图

考虑到系统中不同原器件之间的相互作用,系统的哈密顿量在相互作用绘景下可以写为:

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 = & g_1^{a1} \left( \hat{a}_1^+ \hat{b}_1 e^{-i\delta_1^{a1} t} + \hat{a}_1 \hat{b}_1^+ e^{i\delta_1^{a1} t} \right) + g_2^{a2} \left( \hat{a}_2^+ \hat{b}_2 e^{-i\delta_2^{a2} t} + \hat{a}_2 \hat{b}_2^+ e^{i\delta_2^{a2} t} \right) \\ & + \sum_{j=1}^{\infty} g_{f,j}^I \left[ \hat{f}_j \left( \hat{a}_1^+ + (-1)^j e^{i\phi} \hat{a}_2^+ \right) + H.c. \right] \end{aligned} \quad (1)$$

在公式(1)中,  $g_1^{a1}$  是超导量子谐振器  $b_1$  与一维超导谐振器  $R_{a1}$  之间的耦合强度;  $g_2^{a2}$  是超导量子谐振器  $b_2$  与一维超导谐振器  $R_{a2}$  之间的耦合强度。其中频率失谐量  $\delta_{1(2)}^{a1(a2)} = \omega_{1(2)} - \omega_{a1(a2)}$ ,  $\omega_{1(2)}$  ( $\omega_{a1(a2)}$ ) 为谐振器  $b_{1(2)}$  ( $R_{a1(a2)}$ ) 的频率。  $\hat{a}_1^+$  ( $\hat{a}_2^+$ ) 和  $\hat{b}_1^+$  ( $\hat{b}_2^+$ ) 分别是谐振器  $R_{a1}$  ( $R_{a2}$ ) 和远程谐振器  $b_1$  ( $b_2$ ) 的产生算符。  $g_{f,j}^I$  ( $I = a, b$ ) 是谐振器  $R_{aI}$  与传输线  $r_f$  在  $j$  模式下的耦合强度。  $\phi$  为传输场通过长度为  $L$  的传输线  $r_f$  所产生的相位,且满足公式:  $\phi = 2\pi\omega L/c$ , 其中  $c$  为光速。利用精心设计的谐振器( $R_{a1}$ ) 以及让共振操作时间远长与光子在 TL 中的往返时间,可以得到哈密顿量  $\hat{H}_1$  的最后一项。

在选取  $2Lk_f^{a1(a2)}/2\pi c \leq 1$  情形下 TL 的短极限时,我们只需考虑  $r_f$  的一个谐振模态  $f$  与  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  的谐振器相互作用。  $L$  是  $r_f$  的长度,  $k_f^{a1(a2)}$  是谐振器  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  的衰减率。这时,哈密顿量  $\hat{H}_1$  可以约化为:

$$\begin{aligned} \hat{H}_2 = & g_1^{a1} \left( \hat{a}_1^+ \hat{b}_1 e^{-i\delta_1^{a1} t} + \hat{a}_1 \hat{b}_1^+ e^{i\delta_1^{a1} t} \right) + g_2^{a2} \left( \hat{a}_2^+ \hat{b}_2 e^{-i\delta_2^{a2} t} + \hat{a}_2 \hat{b}_2^+ e^{i\delta_2^{a2} t} \right) \\ & + g_f^{a1} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_1 + \hat{f} \hat{a}_1^+ \right) + g_f^{a2} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_2 + \hat{f} \hat{a}_2^+ \right) \end{aligned} \quad (2)$$

当我们可取:  $\omega_1/2\pi = \omega_2/2\pi = \omega_{a1}/2\pi = \omega_{a2}/2\pi = \omega_f/2\pi = \omega$ , 则系统哈密顿量  $\hat{H}_2$  可以简化为:

$$\hat{H}_2 = g_1^{a1} \left( \hat{a}_1^+ \hat{b}_1 + \hat{a}_1 \hat{b}_1^+ \right) + g_2^{a2} \left( \hat{a}_2^+ \hat{b}_2 + \hat{a}_2 \hat{b}_2^+ \right) + g_f^{a1} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_1 + \hat{f} \hat{a}_1^+ \right) + g_f^{a2} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_2 + \hat{f} \hat{a}_2^+ \right) \quad (3)$$

哈密顿量  $\hat{H}_2$  在薛定谔绘景下可以表示成:

$$\begin{aligned} \hat{H}_3 = & \omega \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \omega \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \omega f^+ f + \omega \hat{b}_1^+ \hat{b}_1 + \omega \hat{b}_2^+ \hat{b}_2 + g_1^{a1} \left( \hat{a}_1^+ \hat{b}_1 + \hat{a}_1 \hat{b}_1^+ \right) \\ & + g_2^{a2} \left( \hat{a}_2^+ \hat{b}_2 + \hat{a}_2 \hat{b}_2^+ \right) + g_f^{a1} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_1 + \hat{f} \hat{a}_1^+ \right) + g_f^{a2} \left( \hat{f}^+ \hat{a}_2 + \hat{f} \hat{a}_2^+ \right) \end{aligned} \quad (4)$$

通过取  $g_f^{a1} = g_f^{a2} = g$  和规范变换  $\hat{C}_{\pm} = \frac{1}{2}(\hat{a}_1 + \hat{a}_2 \pm \sqrt{2}\hat{f})$  和  $\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)$ , 哈密顿量  $H_3$  可表示为:

$$\begin{aligned}\hat{H}_4 = & \omega \hat{b}_1^+ \hat{b}_1 + \omega \hat{b}_2^+ \hat{b}_2 + \omega \hat{C}^+ \hat{C} + (\omega + \sqrt{2}g) \hat{C}_+ \hat{C}_+ + (\omega - \sqrt{2}g) \hat{C}_- \hat{C}_- \\ & + \frac{1}{2} [g_1^{a1} (\hat{C}_+ + \hat{C}_- + \sqrt{2}\hat{C}) \hat{b}_1^+ + g_1^{a1} (\hat{C}_+ + \hat{C}_- + \sqrt{2}\hat{C}^+) \hat{b}_1 \\ & + g_2^{a2} (\hat{C}_+ + \hat{C}_- - \sqrt{2}\hat{C}) \hat{b}_2^+ + g_2^{a2} (\hat{C}_+ + \hat{C}_- - \sqrt{2}\hat{C}^+) \hat{b}_2]\end{aligned}\quad (5)$$

公式(5)中,  $\hat{C}$  和  $\hat{C}_\pm$  是三种相互不耦合的玻色子模式。当  $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$  和  $r_f$  的频率相等时,  $\hat{C}_\pm$  和  $\hat{C}$  的频率被分成三个不同的部分, 频率分别为  $\omega_{C_+} = \omega + \sqrt{2}g$ 、 $\omega_{C_-} = \omega - \sqrt{2}g$  和  $\omega_C = \omega$ 。当取  $g \gg \{g_1^{a1}, g_2^{a2}\}$  时, 当  $\omega \pm \sqrt{2}g$  与模式  $C$ 、 $b_1$  和  $b_2$  的频率大失谐时, 模式  $C_\pm$  可以被忽略。因此, 系统的哈密顿量可以简化为(相互作用绘景中):

$$\hat{H}_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} [g_1^{a1} (\hat{C} \hat{b}_1^+ + \hat{C}^+ \hat{b}_1) - g_2^{a2} (\hat{C} \hat{b}_2^+ + \hat{C}^+ \hat{b}_2)] \quad (6)$$

这里只剩下模式  $\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)$ , 这意味着在超导传输线  $r_f$  不参与整个演化过程, 不会被布局微波光子。

假设哈密顿量  $H_{eff}$  所描述的有效系统的初始状态为  $|\phi_1\rangle = |1\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_c$  ( $|0_c\rangle \equiv |0\rangle_a |0\rangle_b |0\rangle_f$ ), 系统的演化可以表示为:

$$\begin{aligned}|\phi(t)\rangle = & e^{i\hat{H}_{eff}t} |\phi_1\rangle \\ = & \frac{1}{G} \left[ (g_2^{a2})^2 + (g_1^{a1})^2 \cos\left(\sqrt{\frac{G}{2}}t\right) \right] |\phi_1\rangle - \frac{g_1^{a1} g_2^{a2}}{G} \left[ \cos\left(\sqrt{\frac{G}{2}}t\right) - 1 \right] |\phi_2\rangle - \frac{i g_1^{a1}}{G} \sin\left(\sqrt{\frac{G}{2}}t\right) |\phi_c\rangle\end{aligned}\quad (7)$$

其中,  $G = (g_1^{a1})^2 + (g_2^{a2})^2$ ,  $|\phi_2\rangle = |0\rangle_1 |1\rangle_2 |0\rangle_c$  和  $|\phi_c\rangle = |0\rangle_1 |0\rangle_2 |1\rangle_c$ 。显然, 如果取  $g_1^{a1}/g_2^{a2} = \sqrt{2} + 1$ , 有效系统的状态可以演化为:

$$|\phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2) \otimes |0\rangle_c \quad (8)$$

其操作时间为  $\sqrt{\frac{G}{2}}t = k\pi$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ )。此外, 如果取  $g_1^{a1}/g_2^{a2} = \sqrt{2} - 1$ , 就可以得到另一个贝尔纠缠态:

$$|\phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2) \otimes |0\rangle_c \quad (9)$$

其操作时间为  $\sqrt{\frac{G}{2}}t = k\pi$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ )。

### 3. 数值模拟

为了研究系统在演化过程中每个器件的能量布局的变化, 我们数值模拟了  $r_f$  中的能量布局随时间变化(如图 2 所示)、 $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  中能量布局随时间变化(分别如图 3(a)和图 3(b)所示)、 $b_1$  和  $b_2$  中的能量布局随时间变化(分别如图 3(c)和图 3(d)所示)。从图 2 中可以看出, 随着  $g/g_1^{a1}$  越大, 传输线中能量布局概率越小, 即传输线的泄露率对整个演化过程的影响越小。

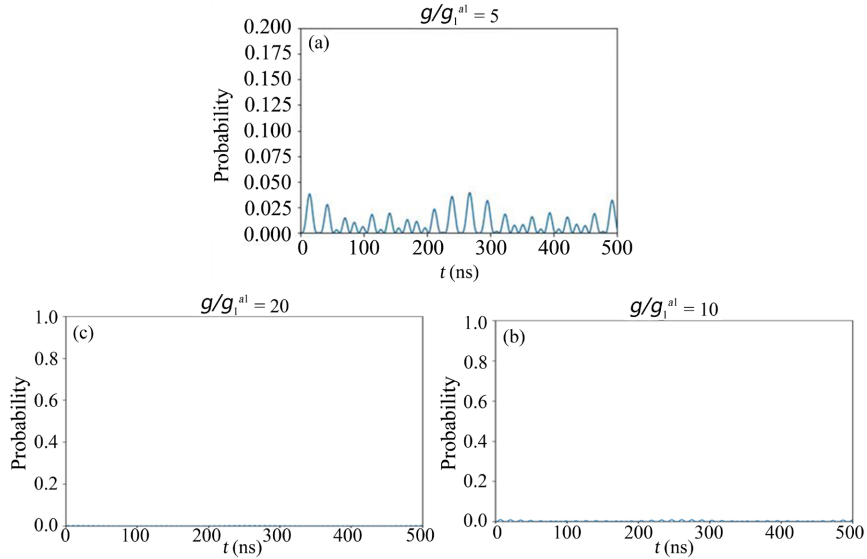
进一步, 我们绘制了谐振器  $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$ 、 $b_1$  和  $b_2$  的能量布局随时间的变化图 3。

由图 3 可以发现谐振器  $b_1$ 、 $b_2$  的能量布局图在 100~200 ns 区间内有一处  $b_1$  与  $b_2$  的峰值同时处于 50% 的位置, 也就是说: 在此时刻, 谐振器  $b_1$  中 50% 的概率有一个光子, 同时在  $b_2$  腔内也有 50% 的概率有一个光子。联合来看, 当微波光子在  $b_1$  和  $b_2$  中均有一半概率存在时, 在  $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$  和  $r_f$  中没有微波光子, 那

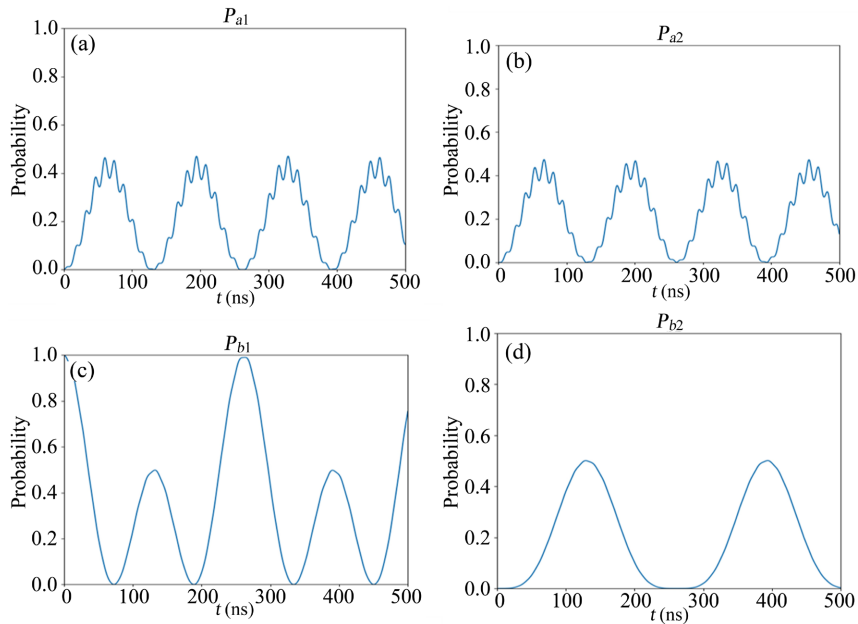
么此时谐振器  $b_1$  与  $b_2$  处于贝尔纠缠态  $|\phi_{\pm}\rangle$ 。这里使用的能量在  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$  和  $r_f$  中的布局  $P_m$  ( $m=1,2,a1,a2,f$ ) 的定义为:

$$P_m = \left| \langle \phi_m | e^{-i\hat{H}t} | \phi_1 \rangle \right|^2 \tag{10}$$

其中  $\phi_1 = |1\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} |0\rangle_f$ 、 $\phi_2 = |0\rangle_1 |1\rangle_2 |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} |0\rangle_f$ 、 $\phi_{a_1} = |0\rangle_1 |0\rangle_2 |1\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} |0\rangle_f$ 、 $\phi_{a_2} = |0\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_{a_1} |1\rangle_{a_2} |0\rangle_f$  和  $\phi_f = |0\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} |1\rangle_f$ 。在这里, 我们取  $g_f^{a_1(a_2)} = 20g_1^{a_1(a_2)}$  可以完美的抑制  $C_{\pm}$  (如图 3(c))所示)。



**Figure 2.** (a), (b), and (c) show the energy layout in the transmission line at  $= 5, 10,$  and  $20,$  respectively  
**图 2.** (a)、(b)和(c)分别为  $g/g_1^{a1} = 5、10$  和  $20$  时的传输线  $r_f$  中的能量布局图

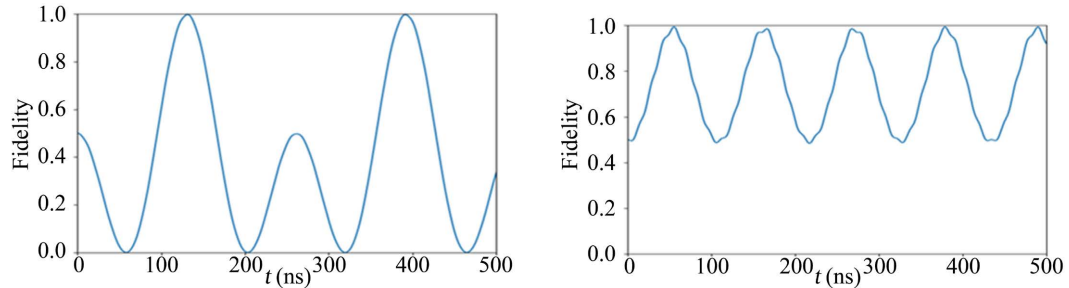


**Figure 3.** (a), (b), (c), and (d) show the energy layout of resonators  $R_{a1}, R_{a2}, b_1,$  and  $b_2$  with time, respectively  
**图 3.** (a)、(b)、(c)和(d)分别为谐振器  $R_{a1}、R_{a2}、b_1$  和  $b_2$  的能量布局随时间变化图

最后我们需要计算我们的贝尔态的保真度，利用计算贝尔态的保真度的定义式：

$$F = \left| \langle \phi_m | e^{-i\hat{H}t} | \phi_1 \rangle \right|^2 \quad (11)$$

基于(11)式我们给出了态  $|\phi_-\rangle$  和  $|\phi_+\rangle$  的保真度随时间变化，分别如图 4(a)和图 4(b)所示。其中， $|\phi_-\rangle$  的保真度在 131.7 ns 可以达到 99.8%， $|\phi_+\rangle$  的保真度在 55.4 ns 达到 99.4%。



**Figure 4.** (a) and (b) show the changes in fidelity over time for  $|\phi_-\rangle$  and  $|\phi_+\rangle$ , respectively

**图 4.** (a)和(b)分别为  $|\phi_-\rangle$  和  $|\phi_+\rangle$  的保真度随时间变化图

纠缠态是量子计算中的基础资源，无论是构造量子比特还是实现量子门操作都需要以其为基础。而在超导量子计算中，大量超导量子比特的集成会带来严重的串扰问题。为了规避串扰问题，我们可以考虑将分布式量子计算。而分布式计算中我们需要传输线连接各个超导谐振器，并且希望传输线中的能量布局概率越低越好，为此我们进行了一些数值模拟以保证我们的设计的贝尔态生成方案的可行性。

此外，无论是比特还是量子比特都依赖于超导量子电路或者半导体晶体管这些真实存在的元件。所以我们必须确保其正常运行的概率足够高，即量子态的保真度要足够高。所以，我们根据态保真度的定义计算我们方案中所制备的贝尔态的保真度，结果表明， $|\phi_-\rangle$  的保真度在 131.7 ns 可以达到 99.8%， $|\phi_+\rangle$  的保真度在 55.4 ns 达到 99.4%，结果较好，证明了我们的贝尔态生成方案的可行性。

#### 4. 总结

我们基于非局域超导量子谐振器的设计处理贝尔态纠缠产生方案。我们首先构建了适当的系统，并根据系统中各器件及其相互作用关系确定了系统的原始哈密顿量，再引入特定参数关系，从原始哈密顿量获得有效哈密顿量。紧接着我们研究了系统在特定初态下的演化过程，并成功生成了基于两个非局域超导量子谐振器的贝尔纠缠态。而为了验证我们方案的实验可行性，我们利用 Python 和 QuTiP 程序包进行了数值模拟。在采用真实实验参数的前提下，数值模拟的结果表明，通过我们的方案制备的贝尔态的保真度均在 99% 以上。鉴于超导谐振器的泄露时间约为 50 微秒，而贝尔态制备时间在 50~100 纳秒范围内，所以即使考虑谐振器泄露率的影响，我们的贝尔态保真度仍将高于 99%，结果较好，理论上可以基于此方案进一步构建量子比特和量子门。我们的工作为分布式超导量子计算提供了一定理论支持。

#### 参考文献

- [1] Nielsen, M.A. and Chuang, I.L. (2000) Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University, Cambridge.
- [2] Knill, E., Laflamme, R. and Milburn, G.J. (2001) A Scheme for Efficient Quantum Computation with Linear Optics. *Nature*, **409**, 46-52. <https://doi.org/10.1038/35051009>
- [3] O'Brien, J.L., Pryde, G.J., White, A.G., Ralph, T.C. and Branning, D. (2003) Demonstration of an All-Optical Quantum Controlled-NOT Gate. *Nature*, **426**, 264-267. <https://doi.org/10.1038/nature02054>

- [4] Wei, H.R. and Deng, F.G. (2013) Scalable Photonic Quantum Computing Assisted by Quantum-Dot Spin in Double-sided Optical Microcavity. *Optics Express*, **21**, 17671-17685. <https://doi.org/10.1364/OE.21.017671>
- [5] Jones, J.A., Mosca, M. and Hansen, R.H. (1998) Implementation of a Quantum Search Algorithm on a Quantum Computer. *Nature*, **393**, 344-346. <https://doi.org/10.1038/30687>
- [6] Long, G.L. and Xiao, L. (2003) Experimental Realization of a Fetching Algorithm in a 7-Qubit NMR Spin Liouville Space Computer. *The Journal of Chemical Physics*, **119**, 8473-8481. <https://doi.org/10.1063/1.1611177>
- [7] Feng, G.R., Xu, G.F. and Long, G.L. (2013) Experimental Realization of Non-Adiabatic Holonomic Quantum Computation. *Physical Review Letters*, **110**, Article ID: 190501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.190501>
- [8] Togan, E., Chu, Y., Trifonov, A.S., Jiang, L., Maze, J., Childress, L., Dutt, M.G., Sørensen, A.S., Hemmer, P.R., Zibrov, A.S. and Lukin, M.D. (2010) Quantum Entanglement between an Optical Photon and a Solid-State Spin Qubit. *Nature*, **466**, 730-734. <https://doi.org/10.1038/nature09256>
- [9] Yang, W.L., Yin, Z.Q., Xu, Z.Y., Feng, M. and Du, J.F. (2010) One-Step Implementation of multi Qubit Conditional Phase Gating with Nitrogen-Vacancy Centers Coupled to a High-Q Silica Microsphere Cavity. *Applied Physics Letters*, **96**, Article ID: 241113. <https://doi.org/10.1063/1.3455891>
- [10] Wei, H.R. and Long, G.L. (2015) Universal Photonic Quantum Gates Assisted by Ancilla Diamond Nitrogen-Vacancy Centers Coupled to Resonators. *Physical Review A*, **91**, Article ID: 032324. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.032324>
- [11] Wei, H.R. and Deng, F.G. (2013) Compact Quantum Gates on Electron-Spin Qubits Assisted by Diamond Nitrogen-Vacancy Centers Inside Cavities. *Physical Review A*, **88**, Article ID: 042323. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.042323>
- [12] Han, X., Guo, Q., Zhu, A.D., Zhang, S. and Wang, H.F. (2017) Effective W-State Fusion Strategies in Nitrogen Vacancy Centers via Coupling to Microtoroidal Resonators. *Optics Express*, **25**, 17701-17712. <https://doi.org/10.1364/OE.25.017701>
- [13] Scully, M.O. and Zubairy, M.S. (1997) *Quantum Optics*. Cambridge University, Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511813993>
- [14] Blais, A., Huang, R.S., Wallraff, A., Girvin, S.M. and Schoelkopf, R.J. (2004) Cavity Quantum Electrodynamics for Superconducting Electrical Circuits: An Architecture for Quantum Computation. *Physical Review A*, **69**, Article ID: 062320. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.69.062320>
- [15] Wallraff, A., Schuster, D.I., Blais, A., Frunzio, L., Huang, R.S., Majer, J., Kumar, S., Girvin, S.M. and Schoelkopf, R.J. (2004) Strong Coupling of a Single Photon to a Superconducting Qubit Using Circuit Quantum Electrodynamics. *Nature*, **431**, 162-167. <https://doi.org/10.1038/nature02851>
- [16] Chang, J.B., Vissers, M.R., Córcoles, A.D., Sandberg, M., *et al.* (2013) Improved Superconducting Qubit Coherence Using Titanium Nitride. *Applied Physics Letters*, **103**, Article ID: 012602. <https://doi.org/10.1063/1.4813269>
- [17] Chow, J.M., Gambetta, J.M., Magesan, E., Abraham, D.W., *et al.* (2014) Implementing a Strand of a Scalable Fault-Tolerant Quantum Computing Fabric. *Nature Communications*, **5**, Article No. 4015. <https://doi.org/10.1038/ncomms5015>
- [18] Kelly, J., Barends, R., Fowler, A.G., Megrant, A., Jeffrey, E., White, T.C., *et al.* (2015) State Preservation by Repetitive Error Detection in a Superconducting Quantum Circuit. *Nature*, **519**, 66-69. <https://doi.org/10.1038/nature14270>
- [19] Megrant, A., Neill, C., Barends, R., Chiaro, B., *et al.* (2012) Planar Superconducting Resonators with Internal Quality Factor above One Million. *Applied Physics Letters*, **100**, Article ID: 113510. <https://doi.org/10.1063/1.3693409>
- [20] Wang, H., Mariantoni, M., Bialczak, R.C., Lenander, M., *et al.* (2011) Deterministic Entanglement of Photons in Two Superconducting Microwave Resonators. *Physical Review Letters*, **106**, Article ID: 060401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.060401>
- [21] Adhikari, P., Hafezi, M. and Taylor, J.M. (2013) Nonlinear Optics Quantum Computing with Circuit QED. *Physical Review Letters*, **110**, Article ID: 060503. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.060503>
- [22] DiCarlo, L., Chow, J.M., Gambetta, J.M., Bishop, L.S., *et al.* (2009) Demonstration of Two Qubit Algorithms with a Superconducting Quantum Processor. *Nature*, **460**, 240-244. <https://doi.org/10.1038/nature08121>
- [23] Haack, G., Helmer, F., Mariantoni, M., Marquardt, F. and Solano, E. (2010) Resonant Quantum Gates in Circuit Quantum Electrodynamics. *Physical Review B*, **82**, Article ID: 024514. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.024514>
- [24] Strauch, F.W. (2011) Quantum Logic Gates for Superconducting Resonator Qubits. *Physical Review A*, **84**, Article ID: 052313. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.052313>
- [25] Hua, M., Tao, M.J. and Deng, F.G. (2015) Fast Universal Quantum Gates on Microwave Photons with All-Resonance Operations in Circuit QED. *Scientific Reports*, **5**, Article No. 9274. <https://doi.org/10.1038/srep09274>
- [26] Xue, Z.Y., Zhou, J. and Wang, Z.D. (2015) Universal Holonomic Quantum Gates in Decoherence Free Subspace on Superconducting Circuits. *Physical Review A*, **92**, Article ID: 022320. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.022320>

- 
- [27] Xue, Z.Y., Gu, F.L., Hong, Z.P., Yang, Z.H., Zhang, D.W., Hu, Y. and You, J.Q. (2017) Nonadiabatic Holonomic Quantum Computation with Dressed-State Qubits. *Physical Review Applied*, 7, Article ID: 054022. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.7.054022>
- [28] Steffen, M., Ansmann, M., Bialczak, R.C., *et al.* (2006) Measurement of the Entanglement of Two Superconducting Qubits via State Tomography. *Science*, **313**, 1423-1425. <https://doi.org/10.1126/science.1130886>
- [29] Cao, Y., Huo, W.Y., Ai, Q. and Long, G.L. (2011) Theory of Degenerate Three-Wave Mixing Using Circuit QED in Solid-State Circuits. *Physical Review A*, **84**, Article ID: 053846. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.053846>
- [30] Leghtas, Z., Vool, U., Shankar, S., Hatridge, M., Girvin, S.M., Devoret, M.H. and Mirrahimi, M. (2013) Stabilizing a Bell State of Two Superconducting Qubits by Dissipation Engineering. *Physical Review A*, **88**, Article ID: 023849. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.023849>
- [31] Strauch, F.W. (2012) All-Resonant Control of Superconducting Resonators. *Physical Review Letter*, **109**, Article ID: 210501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.210501>
- [32] Strauch, F.W., Onyango, D., Jacobs, K. and Simmonds, R.W. (2012) Entangled-State Synthesis for Superconducting Resonators. *Physical Review A*, **85**, Article ID: 022335. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.022335>
- [33] Wang, W., Hu, L., Xu, Y., Liu, K., Ma, Y., Zheng, S.B., *et al.* (2017) Converting Quasi-Classical States into Arbitrary Fock State Super-Positions in a Superconducting Circuit. *Physical Review Letter*, **118**, Article ID: 223604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.223604>
- [34] Wallraff, A., Schuster, D.I., Blais, A., Frunzio, L., Majer, J., Devoret, M.H., Girvin, S.M., Schoelkopf, R.J. (2005) Approaching Unit Visibility for Control of a Superconducting Qubit with Dispersive Readout. *Physical Review Letter*, **95**, Article ID: 060501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.060501>
- [35] Johnson, B.R., Reed, M.D., Houck, A.A., Schuster, D.I., Bishop, L.S., *et al.* (2010) Quantum Non-Demolition Detection of Single Microwave Photons in a Circuit. *Nature Physics*, **6**, 663-667. <https://doi.org/10.1038/nphys1710>
- [36] Feng, W., Wang, P.Y., Ding, X.M., Xu, L.T. and Li, X.Q. (2011) Generating and Stabilizing the Greenberger-Horne-Zeilinger State in Circuit QED: Joint Measurement, Zeno Effect, and Feedback. *Physical Review A*, **83**, Article ID: 042313. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.83.042313>
- [37] Majer, J., Chow, J.M., Gambetta, J.M., Koch, J., *et al.* (2007) Coupling Superconducting Qubits via a Cavity Bus. *Nature*, **449**, 443-447. <https://doi.org/10.1038/nature06184>
- [38] Hua, M., Tao, M.J. and Deng, F.G. (2016) Quantum State Transfer and Controlled-Phase Gate on One-Dimensional Superconducting Resonators Assisted by a Quantum Bus. *Scientific Reports*, **6**, Article No. 22037. <https://doi.org/10.1038/srep22037>
- [39] Wu, C.W., Gao, M., Li, H.Y., Deng, Z.J., Dai, H.Y., Chen, P.X. and Li, C.Z. (2012) Scalable One-Way Quantum Computer Using On-Chip Resonator Qubits. *Physical Review A*, **85**, Article ID: 042301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.042301>
- [40] Yang, C.P., Su, Q.P. and Han, S.Y. (2012) Generation of Greenberger-Horne-Zeilinger Entangled States of Photons in Multiple Cavities via a Superconducting Qubit-Resonator Interaction. *Physical Review A*, **86**, Article ID: 022329. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.022329>
- [41] Yang, C.P., Su, Q.P., Zheng, S.B. and Nori, F. (2016) Crosstalk-Insensitive Method for Simultaneously Coupling Multiple Pairs of Resonators. *Physical Review A*, **93**, Article ID: 042307. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.042307>
- [42] Galiatdinov, A., Korotkov, A.N. and Martinis, J.M. (2012) Resonator-Zero-Qubit Architecture for Superconducting Qubits. *Physical Review A*, **85**, Article ID: 042321. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.042321>
- [43] Cirac, J.I., Ekert, A.K., Huelga, S.F. and Macchiavello, C. (1999) Unconditional Preparation of Entanglement between Atoms in Cascaded Optical Cavities. *Physical Review A*, **59**, 49.