

# 结构对石墨烯纳米带振动频率的影响

江晓彤, 王 静\*

新疆大学, 物理科学与技术学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2022年4月11日; 录用日期: 2022年5月11日; 发布日期: 2022年5月17日

## 摘 要

石墨烯是石墨的片层结构, 是现阶段材料和凝聚态学科主要的研究对象之一, 具有优良的性能和独特的结构, 同时拥有较为广阔的发展前景。因此针对石墨烯物理特性的研究已成为当下极为重要的一部分。本研究主要采用分子动力学方法模拟了石墨烯纳米带受压形变后弯曲振动的动力学过程。探讨了石墨烯纳米带结构尺寸、温度、旋转角度和层旋转模式对其振动频率的影响。仿真结果表明, 石墨烯纳米带的谐振频率随着其结构尺寸、温度、旋转角度和层旋转模式的变化, 其谐振频率总是出现一定程度的波动, 其中长度是影响石墨烯纳米带振动频率的最重要因素, 而层数、温度、旋转角度和层旋转模式对振动频率有一定的影响, 振动频率受石墨烯纳米带宽度的影响较小。

## 关键词

石墨烯, 振动频率, 分子动力学

# Effect of Structure on Vibration Frequency of the Graphene Nanoribbon

Xiaotong Jiang, Jing Wang\*

School of Physical Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang

Received: Apr. 11<sup>th</sup>, 2022; accepted: May 11<sup>th</sup>, 2022; published: May 17<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

Graphene is a lamellar structure of graphite and it is one of important research objects in the current materials and condensed matter disciplines. It has a wide range of development prospect due to its unique structure and excellent properties. Therefore, the research on the physical properties of graphene has become a particularly important part of the present. In this study, the molecular dynamics method was mainly used to simulate the dynamic process of bending vibration of graphene nanoribbons after compressive deformation. The effects of structure size, temperature, rotation angle and layer rotation mode on its vibration frequency are discussed. Simulation results show that the resonance frequency of graphene nanoribbons changes with its structure size, temperature, rotation angle and layer rotation mode, and the resonance frequency always shows a certain degree of fluctuation, in which length is the most important factor affecting the vibration frequency of graphene nanoribbons, while the number of layers, temperature, rotation angle and layer rotation mode have a certain influence on the vibration frequency, and the vibration frequency is less affected by the width of the graphene nanoribbon.

\*通讯作者。

rotation angle and layer rotation mode on the vibration frequency of the graphene nanoribbon were studied. The simulation results demonstrate that the resonant frequency of graphene nanoribbons always fluctuates to a certain extent with the changes in its structure size, temperature, rotation angle and layer rotation mode, and the length is the most important factor affecting the vibration frequency of graphene nanoribbons. And the number of the layer, temperature, rotation angle and layer rotation mode have a certain influence on the vibration frequency, which is influenced slightly by the width of the nanoribbon.

## Keywords

Graphene, Vibration Frequency, Molecular Dynamics

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

近十年来, 石墨烯凭借其独特的性能始终是当前研究的热点。其优良的性能和独有的结构使得研究人员继续对其进行进一步的探索研究[1] [2] [3] [4]。由于石墨烯材料二维结构的独特性, 使其对周围环境非常敏感, 并表现出许多新颖的物理和化学性质, 因而在电子器件[5] [6] [7]、复合材料[8] [9] [10]、光电器件[11] [12] [13] [14] [15]和生物纳米技术[16] [17] [18]等领域的潜在应用日益被发现。因此系统地研究石墨烯纳米结构的微观机制是十分必要的。与此同时, 计算机模拟工作也推进了科学研究并帮助发现了石墨烯更多的潜在应用。综上所述, 对石墨烯纳米结构的力学性能进行更深层次的研究必不可少, 以便人们对石墨烯这一二维材料有更进一步的认识。Min 等人使用分子动力学模拟的方法探究了石墨烯的温度和手性相关的剪切特性, 结果表明当温度增加到 800 K 左右时, 剪切模量会随着温度的升高而降低, 即温度上升导致剪切强度和断裂应变随之降低。与扶手椅结构相比, 之字形石墨烯显示出更高的剪切模量。锯齿形外壳的剪切断裂强度和剪切断裂应变在较低温度下高于扶手椅外壳, 而在较高温度下没有观察到显著差异[19]。而 Sajadi 等人对静电驱动的圆形石墨烯膜的振动进行了实验和数值研究, 实验揭示了纳米谐振器的线性和非线性谐振频率对驱动直流和交流电压有依赖性[20]。此外, Bunch 等人则制作了一种石墨烯基谐振器, 将石墨烯纳米带悬挂在硅表面预先放置的沟槽上, 以研究单层石墨烯的振动特性[21]。由于实验分析受环境设备影响较大且存在一定的误差性, 因此通过计算机模拟这一方法对材料进行更深层次研究则相对而言较为重要。目前, 对于石墨烯纳米带谐振频率的研究, 因纳米尺度使得实验难度增加, 故研究者们大多使用分子动力学方法进行仿真模拟, 如 Gu 等人为研究石墨烯的振动特性进行了模拟与分析, 研究表明手性对石墨烯的动态响应影响并不明显, 但是其振动频率受应变和尺寸影响较大, 且它们主要依赖于约束条件[22]。Kwon 等利用 Brenner 势对可调振动石墨烯传感器在静电激励下进行预应力振动时的分子动力学模拟, 研究者们发现, 与石墨烯边缘处的平均张力联系最为紧密的是石墨烯的振动频率[23]。Sakhaee-Pour 等人利用原子模型和分子结构力学, 研究了锯齿形和扶手椅形单层石墨烯薄片在不同边界条件下的线性振动, 并构建了研究石墨烯振动的原子结构模型。结果表明, 手性和纵横比对基频没有影响, 但在更高的模式下它们的影响变得尤为重要。并观察到分子结构力学预测与基于 SLGS 的谐振器的实验研究之间存在良好的一致性[24]。理论和实验研究均表明, 石墨烯纳米结构具有与宏观结构不同的独特力学性能, 这直接导致了石墨烯纳米结构在应用时产生了新的操作条件。由此可以看出,

近些年研究学者在实验、理论分析及分子动力学模拟方面的研究, 取得了很大的突破。但是对于石墨烯在力学上的应用, 这些研究还不够充分。计算机模拟可以辅助实验及理论计算得出结论, 消除实验受环境的影响和理论计算的近似性。

本文采用分子动力学方法模拟了石墨烯纳米带受压变形后弯曲振动的动力学过程, 探讨了石墨烯纳米带的结构尺寸、温度、旋转角度和层旋转模式对振动频率的影响。

## 2. 计算模型与方法

分子动力学是当前研究纳米材料力学特性的主要研究工具之一, 科技的进步使得纳米材料的应用领域越来越广泛, 这预示着纳米材料已逐渐进入人们的生活。利用该方法对纳米材料的谐振特性进行模拟仿真, 在得到纳米材料结构运动的基本规律的同时, 还可以观察到原子运动过程中的各种微观层面的细节变化。本文通过运用基于分子动力学方法计算机软件 Material Studio (MS) 中的 Forcite 模块, 对石墨烯纳米带进行结构优化。在模拟的过程中计算选用 COMPASS II 力场, 截断半径为  $15.5 \text{ \AA}$ , 仿真时间为  $20 \text{ ps}$ , 模拟步长为  $1 \text{ fs}$ 。在对石墨烯纳米带进行模型搭建时使用不同的结构尺寸, 长度方向的尺寸  $L$  是从  $16 C$  到  $80 C$ , ( $C = 0.215 \text{ nm}$ , 是沿锯齿形的石墨烯纳米带长度方向上的一个正六边形结构占据的平均长度), 宽度方向的尺寸  $W$  为  $6 D$  到  $21 D$  ( $D = 0.249 \text{ nm}$ , 表示沿锯齿形石墨烯带宽度方向上的一个正六边形结构占据的平均长度), 厚度方向的尺寸  $H = N h$  ( $h = 0.34 \text{ nm}$  表示的为层间距,  $N$  代表层数, 取整数  $1$  到  $8$ )。在石墨烯纳米带的中间位置放置一个硅原子构建的探针状结构, 其中, 硅探针的构建方法与石墨烯纳米带的构建方法保持一致, 硅探针的横截面上半部分呈现为长方形, 下半部分呈现的是(最下端缺少一个硅晶胞)等腰梯形。将纳米带的两端进行固定, 随后对纳米带进行结构优化。由于范德华力始终存在于硅探针和纳米带二者之间, 使得石墨烯纳米带受压弯曲变形。当纳米带充分弯曲时, 移除硅探针并进行仿真模拟, 此时石墨烯纳米带做自由振动运动。以图 1 所示的三层石墨烯纳米带为例, 其旋转方式为旋转纳米带顶部两层, 以中心轴为旋转轴, 在  $XY$  平面顺时针旋转  $15^\circ$ 。在纳米带的振动过程中, 势能和动能随时间转化, 即石墨烯纳米带的振动过程对应的是动能和势能的转化过程。因此, 从能量的变化周期可以得到纳米带的振动周期, 继而得到纳米带的振动频率。



**Figure 1.** Schematic diagram of a three-layer graphene nanoribbon bent under compression, with the top two layers of the three-layer graphene layer rotated  $15^\circ$  clockwise in the  $XY$  plane

**图 1.** 受压弯曲的三层石墨烯纳米带示意图, 三层石墨烯层的顶部两层在  $XY$  平面上顺时针旋转  $15^\circ$

### 3. 结果与讨论

为了更详细地对石墨烯纳米带谐振特性的影响因素展开讨论, 我们分别研究了石墨烯纳米带的旋转角度、层旋转模式、结构尺寸和温度对其谐振特性的影响。

首先, 模拟了温度为 298 K 的条件下, 沿 XY 平面, 长度为 16 C、宽度为 6 D 的少层石墨烯纳米带的振动频率。我们采用了以下几种旋转石墨烯层纳米带的方法, 包括单层石墨烯纳米带整体旋转(I)、双层石墨烯纳米带的上层旋转(II-i)和整体旋转(II)、三层石墨烯纳米带的上层旋转(III-i)、中间层旋转(III-ii)、上层和中间层旋转(III-i + ii)以及三层石墨烯纳米带的整体旋转(III)。旋转均是沿纳米带中心轴顺时针旋转。不同旋转模式所得到的石墨烯纳米带振动频率如图 2(a)~(b)所示。其中, 图 2(a)所示的振动频率为纳米带旋转角度从 0°开始, 每次旋转递增 0.5°, 直至 3°; 其中图 2(b)所示的振动频率为纳米带旋转角度从 0°开始, 每次旋转递增 3°, 直至 15°。

图 2(a)中, 旋转角度从 0°到 3°之间, 单层石墨烯的振动频率始终介于双层石墨烯和三层石墨烯之间。单层石墨烯的振动频率都在 0.29 THz 附近呈现小幅度浮动, 只有在旋转 1°时较高为, 为 0.299 THz。当双层石墨烯上层旋转(II-i)和整体旋转(II)时, 双层石墨烯的振动频率在 0.301 THz 到 0.315 THz 之间呈锯齿形波动。三层石墨烯的振动频率在 0.275 THz 至 0.289 THz 之间波动, 每种旋转方式中振动频率的变化规律略有不同。其中, 三层石墨烯纳米带的中间层旋转(III-ii)和整体旋转(III)的振动频率的变化趋势相似。与其它旋转模式相比, 具有上下层旋转(III-i + ii)的三层石墨烯纳米带的振动频率随着角度的增加先增加再降低, 在旋转到 1.5°, 达到了三层石墨烯纳米带振动频率的最大值。而只有上层旋转(III-i)的纳米带的振动频率则是随着旋转角度的增加先减小再增大, 并且在旋转到 1.5°达到了三层石墨烯纳米带振动频率的最小值。

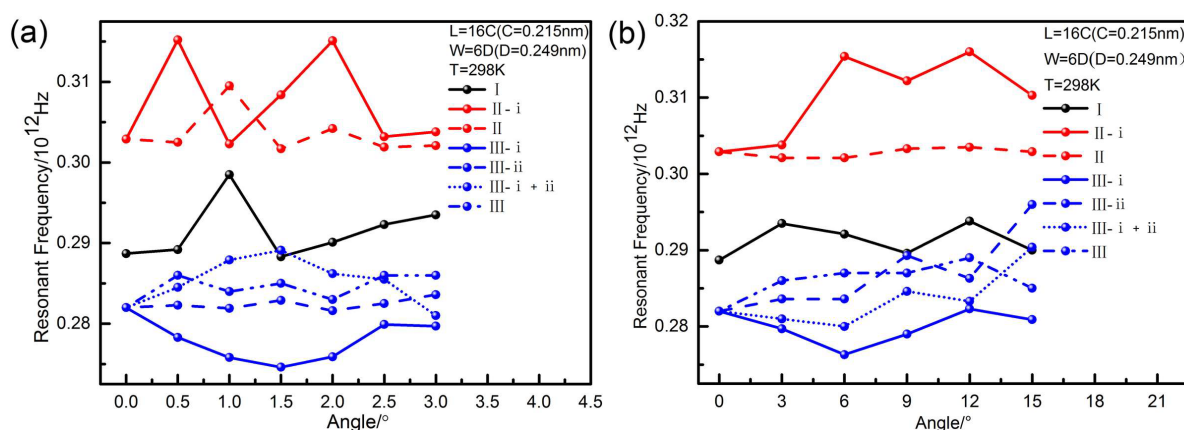


Figure 2. Vibration frequencies of graphene nanoribbons with different rotation angles (a) 0°~3°; (b) 0°~15°

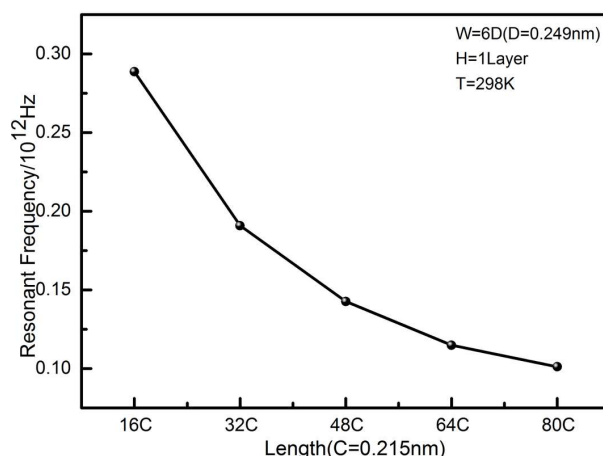
图 2. 不同旋转角度石墨烯纳米带的振动频率(a) 0°~3°; (b) 0°~15°

如图 2(b)所示, 当旋转角度从 0°逐渐增加到 15°时, 与小角度旋转趋势较为相似的是, 单层石墨烯纳米带的振动频率的波动范围始终处于双层石墨烯纳米带以及三层石墨烯纳米带之间。单层石墨烯纳米带的振动频率在 0.287 THz 至 0.296 THz 之间波动。双层石墨烯纳米带的振动频率在 0.301 THz 至 0.316 THz 之间波动。整体旋转(II)的双层石墨烯纳米带的振动频率变化趋势较为平缓, 受旋转角度的影响很小。三层石墨烯的振动频率在 0.275 THz~0.296 THz 之间波动。随着旋转角度的增加, 中间层旋转(III-ii)与最上面两层旋转(III-i + ii)的三层石墨烯纳米带的振动频率变化趋势相近, 特别是在较大的旋转角度下波动显著。整体旋转(III)的三层石墨烯纳米带的振动频率呈现出先增加后减小的变化趋势, 在旋转角度小于 9°以及等于 12°时, 振动频率比其它旋转模式的高, 并且中间层旋转(III-ii)和最上面两层旋转(III-i + ii)的纳



米带的振动频率的变化趋势相似, 这些与图 2(a)中振动频率的变化趋势都不同。最上层旋转(III-i)的三层石墨烯纳米带的振动频率虽然随着旋转角度的增加而波动, 但其数值在三层石墨烯纳米带所有旋转模式中却是最小的, 这和图 2(a)中  $0^\circ$  到  $3^\circ$  的规律是一致的。

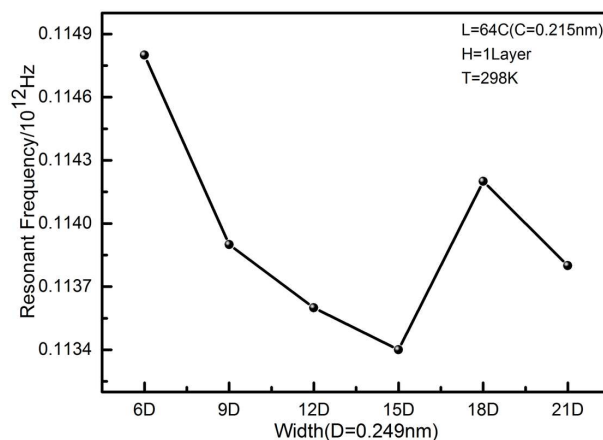
由此可以看出, 对于相同层数的石墨烯纳米带, 不同的旋转模式会对其振动频率产生影响, 而随着旋转角度的逐渐增加, 其谐振频率并没有出现较为明显的变化趋势。但总体而言, 对于层数不同的纳米带, 其振动频率存在较大差异。



**Figure 3.** The variation of the vibration frequency of graphene nanoribbons with the length

**图 3.** 石墨烯纳米带振动频率随长度的变化

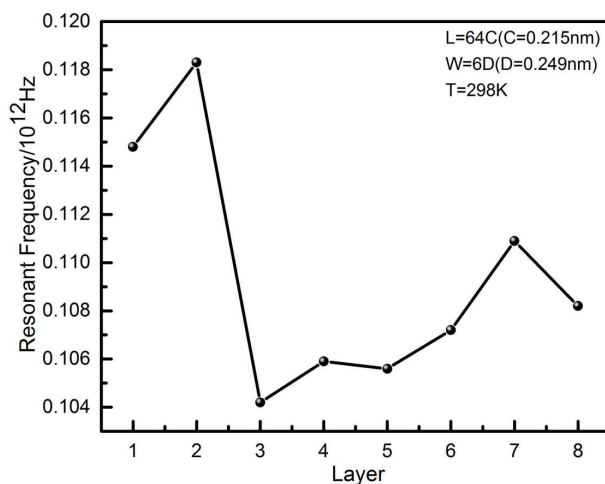
之后, 在环境温度为 298 K 的情况下, 模拟了宽度为 6 D、长度不同的单层石墨烯纳米带的自由振动过程, 其振动频率如图 3 所示。当纳米带长度从 16 C 逐渐增加至 80 C, 振动频率显著降低, 其数值从 0.29 THz 至 0.1 THz 呈单调非线性减小趋势。此模拟结果与 Sakhaee-pour 等得到的结果基本一致, 也与 Jiang 等得到的基本吻合, 区别在于研究者使用分子结构力学方法和二维平板模型, 而我们采用分子动力学模拟[24] [25]。其原因是当长度减小时, 纳米带的表面积与体积的比例增加了表面原子与内部原子的比例, 故表面原子对石墨烯纳米带共振频率的影响越来越明显。由此可得, 石墨烯纳米带的振动频率与纳米带的长度变化密切相关。



**Figure 4.** The variation of the vibration frequency of graphene nanoribbons with the width

**图 4.** 石墨烯纳米带振动频率随宽度的变化

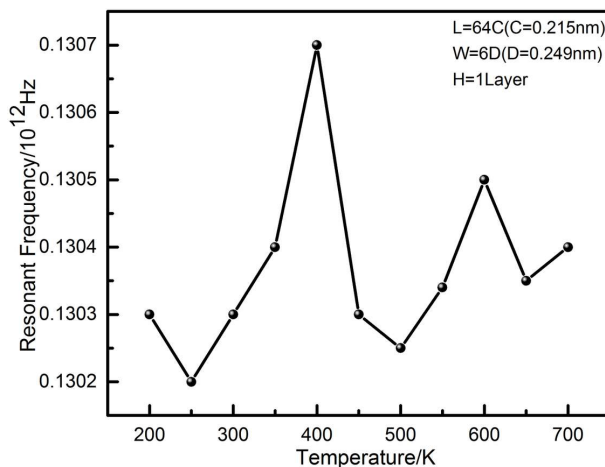
进而研究了 298 K 温度下, 长度为 64 C、不同宽度的单层石墨烯纳米带, 采用分子动力学对其进行自由振动过程的模拟, 得到纳米带的振动频率如图 4 所示。伴随着宽度的增加, 石墨烯纳米带的振动频率其趋势变化并没有呈现出明显的规律, 其波动范围在 0.1134 THz~0.1148 THz 之间。当宽度从 6 D 逐渐增加到 15 D 时, 石墨烯纳米带振动频率不断减小。当宽度增加到 18 D 和 21 D 时, 振动频率先增大后减小。但振动频率的波动非常小, 几乎可以忽略不计。通过计算模拟的结果可以得出, 宽度对石墨烯纳米带的振动频率的影响很小。



**Figure 5.** The variation of vibration frequency of graphene nanoribbons with the layer number

**图 5.** 石墨烯纳米带振动频率随层数的变化

此外, 在温度 298 K 下对长度为 64 C、宽度为 6 D、不同层数(厚度)的石墨烯纳米带进行动力学模拟, 得到了纳米带的振动频率, 如图 5 所示。当石墨烯纳米带的厚度从单层逐层增加至八层时, 振动频率没有明显的变化趋势, 波动范围大致处于 0.104 THz~0.119 THz 之间。其中, 双层石墨烯纳米带的振动频率最高, 三层石墨烯纳米带的振动频率最低。计算结果表明, 纳米带的层数(厚度)对其振动频率有较小的影响。通过比较发现, 层数的改变对纳米带振动频率的影响并不明显, 但比宽度对振动频率的影响要大。



**Figure 6.** The variation of vibration frequency of graphene nanoribbons with the temperature

**图 6.** 石墨烯纳米带振动频率随温度的变化

比较结构尺寸对振动频率的影响,可知石墨烯纳米带受结构尺寸中长度的影响最大,层数(厚度)的影响最小,宽度则对石墨烯的谐振频率略有影响。

由于石墨烯相关纳米材料的力学性能与环境温度存在一定的相关性,故环境温度也应纳入需要考虑的范畴。因此我们模拟了长度为  $64C$ , 宽度为  $6D$  的单层石墨烯纳米带在不同温度下(200 K~700 K)的自由振动过程,图 6 所示即纳米带的谐振频率。有图可得,温度的不断上升使其谐振频率在 0.1302 THz 到 0.1307 THz 之间不断波动,但是谐振频率的变化曲线并没有呈现出明显的规律。当温度为 400 K 和 250 K 时,振动频率分别处于最大值和最小值。需要注意的是,其波动最大差值只有 0.0005 THz。主要原因是因为在仿真模拟的过程中使用的微正则系综(NVE),主要遵循能量守恒以及动能势能互相转化的关系,故温度与碳碳共价键的关系并不密切。综上所述,与长度对纳米带谐振频率的影响相比,温度的影响非常微小,并不能成为影响石墨烯纳米带谐振频率的主要因素,几乎可以忽略。而由于在研究过程中使用的模型其大小是在纳米尺度,所以现阶段在实验过程中暂时还无法实现,相信在不久的将来,可以完成模拟仿真结果与实验的相互印证。

#### 4. 结论

本文采用分子动力学方法模拟石墨烯纳米带受压弯曲后的自由振动,系统地研究和分析了结构尺寸、温度、旋转角度和层旋转模式对石墨烯纳米带振动频率的影响。研究表明,石墨烯纳米带的振动频率随长度的增加而单调减小,且长度对其振动频率有显著影响;而石墨烯纳米带层间旋转角度、层旋转模式、宽度和厚度对振动频率的影响都较小,与长度对其的影响不同,振动频率几乎都随这些因素的变化而波动,没有呈现明显的变化趋势。其中,层数对振动频率的影响较大,旋转角度对振动频率的影响略小,宽度和温度对振动频率的影响最小。因此,本研究可以得出,影响石墨烯纳米带振动特性的主要因素是石墨烯纳米带的长度。

#### 基金项目

本文作者感谢国家自然科学基金项目 22066024 支持。

#### 参考文献

- [1] Tombros, N., Jozsa, C., Popinciuc, M., *et al.* (2007) Electronic Spin Transport and Spin Precession in Single Graphene Layers at Room Temperature. *Nature*, **448**, 571-574. <https://doi.org/10.1038/nature06037>
- [2] Castro Neto, A.H., Guinea, F., Peres, N.M.R., *et al.* (2009) The Electronic Properties of Grapheme. *Reviews of Modern Physics*, **81**, 109-162. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.109>
- [3] Hirsch, A. (2010) The Era of Carbon Allotropes. *Nature Materials*, **9**, 868-871. <https://doi.org/10.1038/nmat2885>
- [4] Cao, Q., Geng, X., Wang, H., *et al.* (2018) A Review of Current Development of Graphene Mechanics. *Crystals*, **8**, Article No. 357. <https://doi.org/10.3390/cryst8090357>
- [5] Xu, T., Zhang, Z. and Qu, L. (2020) Graphene-Based Fibers: Recent Advances in Preparation and Application. *Advanced Materials*, **32**, Article ID: 1901979. <https://doi.org/10.1002/adma.201901979>
- [6] Naumis, G.G., Terrones, M., Terrones, H., *et al.* (2009) Design of Graphene Electronic Devices Using Nanoribbons of Different Widths. *Applied Physics Letters*, **95**, Article ID: 182104. <https://doi.org/10.1063/1.3257731>
- [7] Sang, M., Shin, J., Kim, K., *et al.* (2019) Electronic and Thermal Properties of Graphene and Recent Advances in Graphene Based Electronics Applications. *Nanomaterials*, **9**, Article No. 374. <https://doi.org/10.3390/nano9030374>
- [8] Xie, S.H., Liu, Y.Y. and Li, J.Y. (2008) Comparison of the Effective Conductivity between Composites Reinforced by Graphene Nanosheets and Carbon Nanotubes. *Applied Physics Letters*, **92**, Article ID: 243121. <https://doi.org/10.1063/1.2949074>
- [9] 任成, 王小军, 李永祥, 等. 石墨烯复合材料的研究及其应用[J]. 现代化工, 2015, 35(1): 32-35.
- [10] Zhang, L., Duan, Z., Zhu, H., *et al.* (2017) Advances in Synthesizing Copper/Graphene Composite Material. *Materials and Manufacturing Processes*, **32**, 475-479. <https://doi.org/10.1080/10426914.2016.1198036>

- 
- [11] Liu, H., Niu, Y., Yin, Y., *et al.* (2016) Modeling of the Photodetector Based on the Multilayer Graphene Nanoribbons. *AIP Advances*, **6**, Article ID: 075205. <https://doi.org/10.1063/1.4958879>
- [12] Choi, S.H. (2017) Unique Properties of Graphene Quantum Dots and Their Applications in Photonic/Electronic Devices. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **50**, Article ID: 103002. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/aa5244>
- [13] 李绍娟, 甘胜, 沐浩然, 等. 石墨烯光电子器件的应用研究进展[J]. 新型炭材料, 2014, 29(5): 329-356.
- [14] Li, G., Wang, Y., Wang, W., *et al.* (2018) Development of a Targeted Stimulus and Synchronized Detection System for Investigation of Graphene Photodetectors at the Nano-Scale. *Journal of the Optical Society of America B—Optical Physics*, **35**, 2612-2615. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.002612>
- [15] Geng, H., Yuan, D., Yang, Z., *et al.* (2019) Graphene van der Waals Heterostructures for High-Performance Photodetectors. *Journal of Materials Chemistry C*, **7**, 11056-11067. <https://doi.org/10.1039/C9TC03213D>
- [16] Wang, Y., Li, Z., Wang, J., *et al.* (2011) Graphene and Graphene Oxide: Biofunctionalization and Applications in Biotechnology. *Trends in Biotechnology*, **29**, 205-212. <https://doi.org/10.1016/j.tibtech.2011.01.008>
- [17] Mudusu, D., Nandanapalli, K.R., Lee, S., *et al.* (2020) Recent Advances in Graphene Monolayers Growth and Their Biological Applications: A Review. *Advances in Colloid and Interface Science*, **283**, Article ID: 102225. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2020.102225>
- [18] Song, Z., Wang, Y. and Xu, Z. (2015) Mechanical Responses of the Bio-Nano Interface: A Molecular Dynamics Study of Graphene-Coated Lipid Membrane. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, **5**, 231-235. <https://doi.org/10.1016/j.taml.2015.11.003>
- [19] Min, K. and Aluru, N.R. (2011) Mechanical Properties of Graphene under Shear Deformation. *Applied Physics Letters*, **98**, Article ID: 013113. <https://doi.org/10.1063/1.3534787>
- [20] Sajadi, B., Alijani, F., Davidovikj, D., *et al.* (2017) Experimental Characterization of Graphene by Electrostatic Resonance Frequency Tuning. *Journal of Applied Physics*, **122**, Article ID: 234302. <https://doi.org/10.1063/1.4999682>
- [21] Bunch, J.S., van der Zande, A.M., Verbridge, S.S., *et al.* (2007) Electromechanical Resonators from Graphene Sheets. *Science*, **315**, 490-493. <https://doi.org/10.1126/science.1136836>
- [22] Gu, F., Zhang, J.H., Yang, L.J., *et al.* (2011) Molecular Dynamics Simulation of Resonance Properties of Strain Graphene Nanoribbons. *Acta Physica Sinica*, **60**, Article ID: 056103. <https://doi.org/10.7498/aps.60.056103>
- [23] Kwon, O.K., Kim, K.-S., Park, J. and Kang, J.W. (2013) Molecular Dynamics Modeling and Simulations of Graphene-Nanoribbon-Resonator-Based Nanobalance as Yoctogram Resolution Detector. *Computational Materials Science*, **67**, 329-333. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2012.09.017>
- [24] Sakhaee-Pour, A., Ahmadian, M.T. and Naghdabadi, R. (2008) Vibrational Analysis of Single-Layered Graphene Sheets. *Nanotechnology*, **19**, Article ID: 085702. <https://doi.org/10.1088/0957-4484/19/8/085702>
- [25] Jiang, S., Shi, S. and Wang, X. (2014) Nanomechanics and Vibration Analysis of Graphene Sheets via a 2D Plate Model. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **47**, Article ID: 045104. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/47/4/045104>