

基于重叠组稀疏超拉普拉斯正则化的高光谱图像恢复

冉启刚

西华大学理学院, 四川 成都

收稿日期: 2024年8月18日; 录用日期: 2024年9月12日; 发布日期: 2024年9月18日

摘要

高光谱图像混合噪声去除是遥感领域的一个基本问题, 也是一个重要的预处理步骤。本研究针对高光谱图像去噪问题, 为有效地对高光谱图像进行恢复, 提出了一种基于重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化(OGS-HL)的新型去噪方法。该方法可以有效捕捉图像的局部相关性和方向性结构, 同时减少传统全变分正则化中的阶梯伪影。通过乘子交替方向法求解非凸优化问题, 显著提高了去噪效率。在多个遥感图像数据集上的仿真实验表明, 所提方法在峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)等评价指标上优于现有技术, 展现了在复杂噪声环境下的优越去噪性能和广泛的应用潜力。

关键词

高光谱图像, 重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化, 非凸优化, L1范数, 乘子交替方向法

Hyperspectral Image Restoration Based on Overlapping Group Sparse Hyper Laplacian Regularization

Qigang Ran

School of Science, Xihua University, Chengdu Sichuan

Received: Aug. 18th, 2024; accepted: Sep. 12th, 2024; published: Sep. 18th, 2024

Abstract

The removal of mixed noise from hyperspectral images is a fundamental issue in the field of remote sensing and an important preprocessing step. This study focuses on the denoising problem of hyperspectral images. To effectively restore hyperspectral images, a new denoising method based on

Overlap Group Sparse Hyper Laplacian Regularization (OGS-HL) is proposed. This method can effectively capture the local correlation and directional structure of images, while reducing the step artifacts in traditional total variation regularization. By using the alternating direction method of multipliers to solve non-convex optimization problems, the denoising efficiency has been significantly improved. Simulation experiments on multiple remote sensing image datasets have shown that the proposed method outperforms existing technologies in evaluation metrics such as peak signal-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity (SSIM), demonstrating superior denoising performance and broad application potential in complex noisy environments.

Keywords

Hyperspectral Images, Laplacian Regularization with Overlapping Group Sparsity, Non-Convex Optimization, L1 Norm, Multiplier Alternating Direction Method

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高光谱图像技术因其能够提供丰富的光谱信息而成为遥感领域的一个重要分支。这种技术能够捕捉到地物在非常窄的光谱波段上的反射或发射特性，从而实现对地物的精细分类和识别。正是因为这种高光谱分辨率，它在多个领域展现出了巨大的应用潜力，包括但不限于精确农业、环境监测、国防和安全、城市规划以及行星和空间探索[1]-[3]等。然而，高光谱图像在实际应用中面临着一些挑战。由于多种噪声源的存在，如传感器噪声、光子噪声、大气散射与吸收、混叠与鬼影等，这些噪声源会对图像数据造成干扰，导致图像质量下降。例如，传感器噪声可能来源于探测器的电子元件，而光子噪声则与光子的统计特性有关。大气条件的变化，如散射和吸收，会影响图像的光谱特征，而混叠和鬼影则是由于光学系统的不完善导致的图像失真。

在传统降噪技术中，变换域策略展现出了显著效果，其中就包括依托于小波变换的技术[4]、主成分分析(principal component analysis, PCA)方法[5]以及傅立叶变换的方法。

小波变换因其卓越的时间-频率解析能力和多层次分辨率特性，在图像降噪领域大放异彩。Vishnu [6]等人利用小波变换对图像进行多尺度分析，将图像分解为不同频带的小波系数，通过阈值去噪后再重构图像。这种方法能够较好地保留图像的边缘信息。Letexier [7]等人基于统计学的最优滤波方法，通过估计信号与噪声的功率谱密度比，确定滤波器系数，适用于已知或可估计噪声特性的场景。

主成分分析法，通过实施正交转换，不仅能够大幅削减高光谱数据的维度，同时确保图像核心特征的完整保留。在低噪声环境下，该方法能出色地维护图像的细腻层次感，实现高质量的图像降噪效果。Licciardi [8]等人提出了一种基于非线性推广主成分分析的高光谱图像降噪方法。Meng [9]等人通过联合利用 Tucker 分解和主成分分析(PCA)来处理 HSI。提出了一种基于噪声功率比(noise power ratio, NPR)分析并结合主成分分析的截断 Tucker 分解方法。

傅立叶变换[10]是一种强大的数学工具，它能够将图像从空间域转换到频率域，这一转换过程使得图像的信息被重新组织和表达。在频率域中，图像的基本结构和细节信息主要集中在低频成分上，而图像中的噪声，尤其是随机噪声，往往表现为高频成分。这种特性为噪声的去除提供了可能。通过傅立叶变换，我们可以将一幅图像分解成一系列不同频率的波形组合，其中低频成分代表了图像的大体轮廓和基本结构，而高频成分则包含了图像的细节和边缘信息，同时也混合了大量的噪声信号。因此，在频率域

中,我们可以通过设计适当的滤波器来选择性地抑制或去除这些高频噪声,同时尽可能地保留低频成分,从而达到降噪的目的。

在高光谱图像空间域范畴内,高光谱图像的每一单独波段被视为常规的灰度图像,进而对各光谱层面执行降噪处理,相关方法有块匹配和 3D 滤波(Block-Matching and 3D Filtering, BM3D)、全变分方法以及利用图像非局部均值(Image non local mean, NLM)的自相似性来去除噪声去噪。

BM3D 是非局部均值方法的扩展,它在 3D 数据块之间匹配相似的块,然后应用 3D 变换(如小波变换)和阈值处理来去除噪声,最后通过逆变换和块平均来恢复图像。在 HSI 中,这种技术可以同时利用光谱和空间相关性。Metzler [11]等人的研究揭示了将 BM3D 去噪技术与 GAMP 算法相结合的巨大潜力,这种结合不仅降低了对测量数据的需求,还确保了高精度的图像恢复。这意味着,在诸如医疗成像、天文摄影和材料科学等应用领域,我们可以设计出更高效、更经济的成像设备,同时保持或甚至提升图像质量。此外,这一成果有望推动压缩传感技术的发展,为科研和工业界带来革命性的变化。

全变分(total variation, TV)方法,这一由 Rudin [12]等人于 1992 年提出的经典去噪技术,因其卓越的分段平滑性和边缘保持特性,在抑制图像噪声的同时,有效维持了图像的边缘细节,尤其适用于高光谱图像的精细去噪。采用整体变分模型为基础的策略[13]以及依托稀疏表示理论的方法[14],这些方法通过构建包含先验知识的数学模型来指导去噪过程,其中涉及到的正则项能够促使解具有某些期望的特性,比如稀疏性、低秩性或是平滑性。这些方法在数学上表现为优化问题,通过求解带有特定约束或惩罚项的目标函数来实现去噪。

NLM 是一种经典的去噪方法,NLM 通过计算所有像素之间的相似性权重,然后对周围像素进行加权平均来去噪。Liang [15]提出了一种改进的 NL-Means 算法,主要改变了加权核函数的去噪关键作用。实验结果表明,改进的 NL-Means 去噪算法能够在有效抑制 CT 图像噪声的同时保持空间分辨率。

基于空间联合光谱维的高光谱图像去噪方法是现代遥感图像处理中的一个重要研究方向。这类方法充分利用了 HSI 中空间和光谱维度的相关性和冗余性,通过综合分析像素间的空间邻近性和光谱相似性,以提高去噪效果。张量分解(Tensor Decomposition)、低秩表示(Low-Rank Representation)是比较常见的基于空间联合光谱维的 HSI 去噪方法。

张量分解是基于空间联合光谱维高光谱图像(HSI)去噪的一种方法。如 Tucker 分解、CP (Candecomp/Parafac)分解、TT (Tensor Train)分解和 T-SVD (Tensor Singular Value Decomposition)等。张量分解之所以适用于 HSI 去噪,主要是因为 HSI 的三维结构(高度、宽度和光谱通道)非常适合张量表示,而张量分解技术可以有效利用 HSI 数据中的冗余性和相关性。可以将原始的高维张量分解为几个低秩的因子矩阵,这些因子矩阵反映了原始数据的主要结构和特征。Wang 等人[16]使用张量 Tucker 分解来描述所有 HSI 波段之间的全局空间-光谱相关性,并使用加权三维总变差来描述空间和光谱模式中的局部平滑结构。Tian [17]等人提出的模型巧妙地融合了张量分解技术与基于 L_0 范数的双重正则化策略。该方法首先采用在 Stiefel 流形上的低秩 Tucker 分解,以此精确捕捉并表达 HSI 内在的全局空间-光谱相关性。随后,通过引入 L_0 范数正则化进一步挖掘并利用了噪声领域中的固有稀疏特性,这显著增强了对稀疏分布噪声的去除能力和模型的整体效能。

近年来,随着低秩理论的不进步,学者们深入探索了高光谱图像内固有的低秩结构,Liu [18]等人提出了一种创新性的图正则化低秩表示方法,专门针对高光谱图像中的条纹噪声问题。这种方法通过低秩表示揭示了不同波段图像间的关联性,不仅增强了图像数据的内在连贯性,还成功保留了原始图像的空间局部特征。

前面所讨论的全变分去噪方法在计算时惩罚了图像梯度的绝对值,导致了平滑区域的像素值呈现分段常数的特性,这种现象被称为阶梯效应。一般来说,基于优化模型的高光谱图像去噪模型是一个由高

光谱图像保真项和图像正则化惩罚项组成的约束最小化问题，基于高光谱图像和噪声数据的先验特性，设计的正则化函数。由于图像恢复的不适定性，寻找一个有意义的图像先验仍然是图像处理领域的一个巨大挑战。具有重叠组稀疏度的全变差正则化方法已成功应用于图像去噪和去模糊。鉴于超拉普拉斯分布能够很好地逼近自然图像梯度中的重尾特性，且重叠组稀疏性有助于缓解阶梯伪影的问题，我们通过融入额外的结构信息，提出了一种新的正则化方法——重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化器(Overlapping Group Sparse Hyper Laplacian Regularizer, OGS-HL)，旨在提升图像去噪与去模糊的效果。

由于我们提出的模型具有更好的先验特性，并考虑了结构信息，因此我们模型去噪的表现优于一些其他的去噪方法，为了求解非凸和非光滑最小化问题，我们采用乘子的交替方向法作为主要的算法框架，通过优化-最小化(Majorize-Minimize, MM)方法解决了复杂的 OGS-HL 子问题。实验结果证实了所提出的方法与所参考的去噪方法相比在视觉上和定量上存在一定优势。

本文主要工作：

1、将条带噪声独立出来考虑，充分利用条带噪声的先验特性；在一个优化框架下，光谱维度差分的一范数表述图像光谱维度的稀疏性，采用基于一范数的正则化方法来表征条纹的全局稀疏分布；此外，还采用了基于差分的约束条件，分别描述了沿条纹方向局部平滑性。

2、引入 OGS-HL 正则项大大减轻了 TV 正则化产生的阶梯伪影，建立了具有重叠组稀疏性超拉普拉斯先验的非凸优化模型。

3、最后采用交替乘子方向法(Alternating multiplier direction method, ADMM)对本文所提出的模型求解和加速模型优化。模拟和真实数据的实验表明，所提出的模型在定性和定量方面的有效性。

2. 相关工作

全变分(TV)正则化[19]是图像处理和计算机视觉领域中广泛应用的一种技术，它基于图像的边缘稀疏性假设，强调图像在梯度域上的平滑性，从而去除噪声同时保持图像边缘的锐利部分。然而，标准的 TV 模型在处理某些类型的结构时会存在一些问题，如纹理区域或多方向的边缘时，可能不够精确，容易产生阶梯伪影，因为它主要促进了水平和垂直方向上的平滑度。

目前，众多研究项目专注于克服由高斯噪声引起的图像质量问题，力求实现有效的图像修复。在这一探索中，学者们采用高斯先验模型试图揭示自然图像内含的重尾分布规律。然而，此类方法有时会造成图像细节的丧失，表现为过度平滑的效果。鉴于此，研究焦点逐渐转移到寻找更合适的概率分布模型上，如拉普拉斯分布或者更为复杂的超拉普拉斯分布(HL 分布)，旨在更精确地刻画图像噪声特性，并在去除图像噪声的过程中，增强对图像纹理和细节的保留能力，进而提升图像恢复的质量，尤其是针对条纹状噪声的处理效果。

我们在 WDCM 数据集、KSC 数据集、Indian Pines 数据集、Pavia University scene 数据集进行实验。实验结果如图 1 所示，拟合了空间和光谱维度梯度的经验分布，分布分别为高斯、拉普拉斯和超拉普拉斯(HL)分布。从图 1 可以看出，与拉普拉斯数据或高斯数据相比，HL 先验与 Indian Pines 数据中的这些经验分布更一致。然而，对于 WDCM 数据，HL 不能准确地拟合沿谱维的经验分布。因此，为了使模型具有更强的鲁棒性，本文专门使用 HL 来描述沿 HSI 空间维度的梯度。

具有重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化器[20]正是为了克服 TV 这些局限性而提出的。通过引入重叠组的概念，能够更灵活地捕捉图像中的多种方向性和结构信息。重叠组稀疏(Overlapping Group Sparse, OGS)意味着图像的不同部分可以共享特征或属于多个特征集合，这样的模型能够更好地适应自然图像中普遍存在的局部相关性和方向性结构。通过在这些重叠的特征组上施加稀疏约束，重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化器不仅能够有效降噪，还能在去模糊等逆问题中保持和恢复更多的图像细节和结构信息。

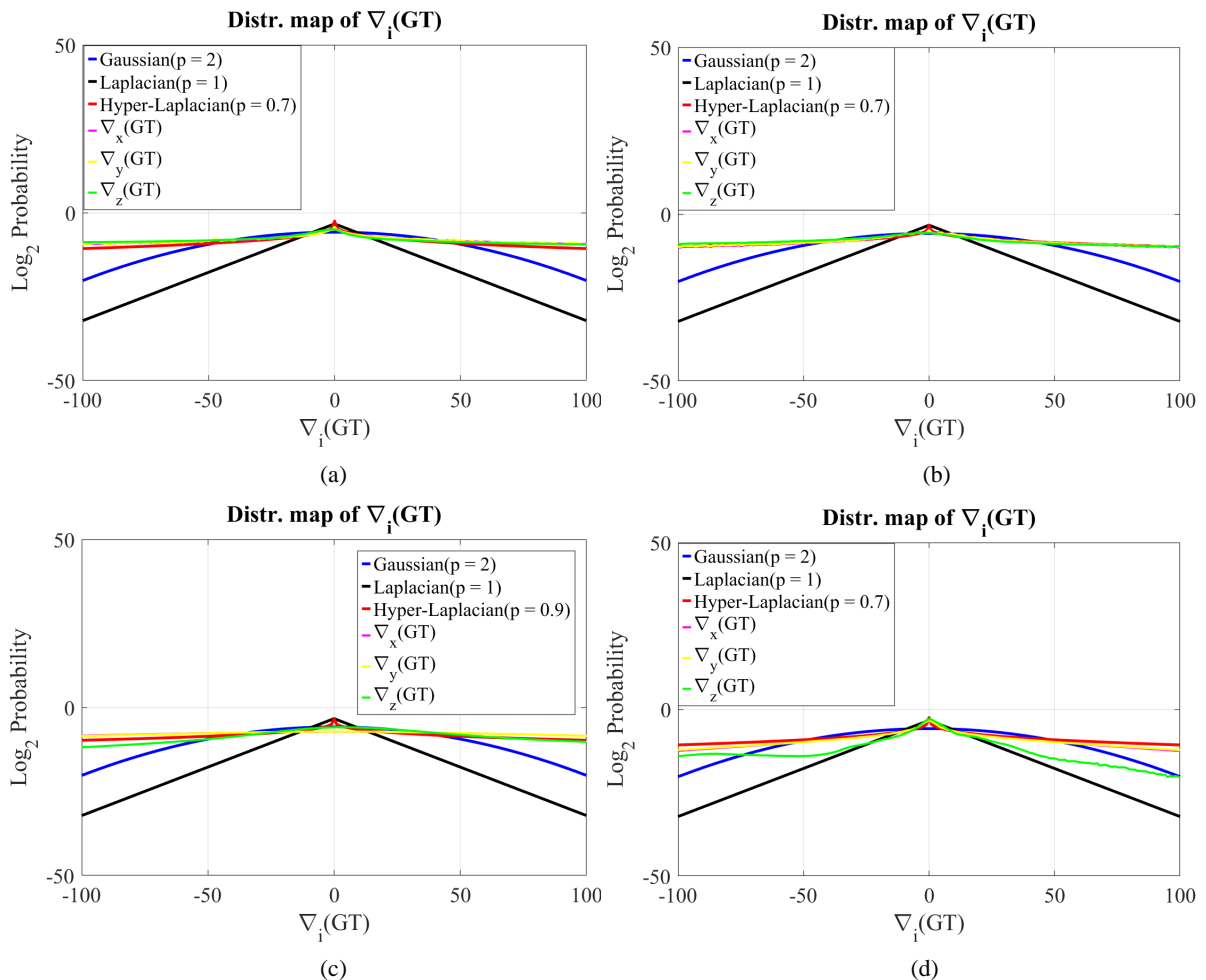


Figure 1. Statistical analysis of gradient results for different remote sensing images in Figure 1 (a) WDCM, (b) Indian Pines, (c) Pavia University scene, (d) KSC

图 1. 不同遥感图像的梯度结果分别进行统计分析; (a) WDCM, (b) Indian Pines, (c) Pavia University scene, (d) KSC

简而言之,重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化器[21]通过结合全变分正则化与重叠组的稀疏表示,为解决图像恢复问题提供了一个强大、灵活的工具,在考虑图像梯度的高级特性超拉普拉斯先验的同时,利用重叠组的稀疏表示方法来优化图像处理。超拉普拉斯先验旨在更准确地模拟图像边缘和细节的复杂分布,而重叠组稀疏性则通过允许图像元素同时参与多个特征组的稀疏表达,提高了对图像结构多样性和交叉特征的描述能力。结合这两者,提出在图像恢复、去噪等任务时既能保持细节又能有效去除非必要信息的模型。

由于本文的模型具有更合适的先验,并考虑了结构信息,因此本文需要处理由于超拉普拉斯矩阵的非凸性和重叠组稀疏固有的复杂性而引起的计算问题。本文提出了一种有效求解非凸和非光滑优化问题的算法,其中一个子问题通过一种新的二次优化器的优化-最小化算法进行优化。最后,数值去噪和去模糊实验表明,所提出的 OGS-HL 算法优于其他密切相关的算法。

3. 基于 OGS-HL 高光谱图像去噪模型建立以及求解

原始的高光谱图像的数据表示形式为 $X \in R^{m*n*b}$, $m*n$ 表示高光谱图像的空间尺寸, b 表示波段数。观测到的 HSI 总是被复杂的噪声污染。为了简化模型,假设 HSI 的噪声为可加性的,则 HSI 的观测模型

可以表示为:

$$Y = X + S + N. \quad (1)$$

这里 Y 为含噪声 HSI 图像, X 为干净的 HSI, S 、 N 为条带和高斯噪声项。

本文所提出的模型可以通过增广拉格朗日乘子(ADMM)发法进行求解。

使用 ADMM 算法把本文最优化问题转为多个子问题交替迭代更新的形式, 分别给出每个子问题的求解推导过程。首先引入辅助变量 T 、 U 、 V , 将提出的模型转化以下的形式

$$\begin{aligned} \min & \|Y - S - X\|_F^2 + \lambda_1 \phi_{OH}(T) + \lambda_2 \phi_{OH}(U) + \lambda_3 \|V\|_1 + \lambda_4 \|S\|_1. \\ \text{s.t.} & (\nabla_x X) = T \\ & (\nabla_y X) = U \\ & \|\nabla_z X\|_1 = V. \end{aligned} \quad (2)$$

通过引入拉格朗日乘子和罚参数, 本文将上式的约束优化问题转化为无约束优化问题, 得到相应的增广拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L(X, S, T, U, V, \pi_1, \pi_2, \pi_3) & \\ = & \|Y - S - X\|_F^2 + \lambda_1 \phi_{OH}(T) + \frac{\beta_1}{2} * \left\| \nabla_x X - T + \frac{\pi_1}{\beta_1} \right\|_F^2 + \lambda_2 \phi_{OH}(U) \\ & + \frac{\beta_2}{2} * \left\| \nabla_y X - U + \frac{\pi_2}{\beta_2} \right\|_F^2 + \lambda_3 \|V\|_1 + \frac{\beta_3}{2} * \left\| \nabla_z X - U + \frac{\pi_3}{\beta_3} \right\|_F^2 + \lambda_4 \|S\|_1. \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\pi_i (i=1,2,3)$ 是拉格朗日乘子, $\beta_i (i=1,2,3)$ 是惩罚系数。

这里基于 ADMM 方法对每一个变量交替迭代进行求解。

3.1. T 、 U 子问题求解

T 、 U 这两个子问题都是同一个类型的方程, 所以本文这里将两个子问题合并起来进行求解。

$$T^{k+1} = \arg \min_T \lambda_1 \phi_{OH}(T) + \frac{\beta_1}{2} * \left\| \nabla_x X - T + \frac{\pi_1}{\beta_1} \right\|_F^2. \quad (4)$$

$$U^{k+1} = \arg \min_U \lambda_2 \phi_{OH}(U) + \frac{\beta_2}{2} * \left\| \nabla_y X - U + \frac{\pi_2}{\beta_2} \right\|_F^2. \quad (5)$$

在求解 T 、 U 子问题时, 本文首先采用 MM 算法对每个频段进行独立计算, 然后按照一定顺序将计算结果排列成张量 T 、 U , 进而得到以下的结果。即:

$$T^{k+1} = \left(I + \frac{\lambda_1}{\beta_1} * \Lambda(T^k) * S(T^k) \right)^{-1} * \left(\nabla_x X^k + \frac{\pi_1^k}{\beta_1} \right). \quad (6)$$

$$U^{k+1} = \left(I + \frac{\lambda_2}{\beta_2} * \Lambda(U^k) * S(U^k) \right)^{-1} * \left(\nabla_y X^k + \frac{\pi_2^k}{\beta_2} \right). \quad (7)$$

3.2. V 子问题求解

通过软阈值算子便可以得到 V 子问题封闭形式的解:

$$V^{k+1} = \arg \min_V \lambda_3 \|V\|_1 + \frac{\beta_3}{2} * \left\| \nabla_z X^k - V + \frac{\pi_3}{\beta_3} \right\|_F^2. \quad (8)$$

$$V^{k+1} = \text{Shrink} \left(\nabla_z X^k + \frac{\pi_3}{\beta_3}, \frac{\lambda_3}{\beta_3} \right). \quad (9)$$

3.3. S 子问题求解

S 子问题可以表述如下:

$$S^{k+1} = \arg \min_S \lambda_4 \|S\|_1 + \|Y - S - X^k\|_F^2. \quad (10)$$

通过软阈值算子便可以得到 S 子问题封闭形式的解:

$$S^{k+1} = \text{Shrink} \left(Y - S - X^k, \frac{\lambda_4}{2} \right). \quad (11)$$

3.4. X 子问题求解

X 子问题可以表述如下:

$$X^{k+1} = \arg \min_X \|Y - S - X\|_F^2 + \left\| \frac{\pi_1}{\beta_1} \right\|_F^2 + \frac{\beta_2}{2} * \left\| \nabla_y X - U + \frac{\pi_2}{\beta_2} \right\|_F^2 + \frac{\beta_3}{2} * \left\| \nabla_z X - U + \frac{\pi_3}{\beta_3} \right\|_F^2 + \lambda_4 \|S\|_1.$$

根据快速傅立叶变换, S 子问题的求解如下:

$$X^{k+1} = \Gamma^{-1} \left[\frac{\Gamma \left(2 * (Y - S^k) + \nabla_x^T (\beta_1 * T^k - \pi_1^k) + \nabla_y^T (\beta_2 * U^k - \pi_2^k) + \nabla_z^T (\beta_3 * V^k - \pi_3^k) \right)}{\Gamma \left(2 * I + \beta_1 * \nabla_x^T \nabla_x + \beta_2 * \nabla_y^T \nabla_y + \beta_3 * \nabla_z^T \nabla_z \right)} \right]. \quad (12)$$

3.5. 更新乘数

最后, 拉格朗日乘子可以被更新

$$\begin{aligned} \pi_1^{k+1} &= \pi_1^k + \beta_1 (\nabla_x X - T) \\ \pi_2^{k+1} &= \pi_2^k + \beta_2 (\nabla_y X - U) \\ \pi_3^{k+1} &= \pi_3^k + \beta_3 (\nabla_z X - V) \end{aligned} \quad (13)$$

结合上述步骤, ADMM 迭代将多元优化问题转化为一系列更易于处理的子问题。

4. 数值实验

4.1. 实验的数据集

在仿真实验中, 本文使用了 Pavia University scene¹ 数据集。Pavia University scene 数据集选择了该图像中尺寸大小为 $300 \times 300 \times 50$ 到 $300 \times 300 \times 80$ 这三十个波段进行模拟实验。

对于真实实验, 采用大小为受到污染的 HYDICE Urban Dataset² 数据集, 选择了该图像尺寸大小为 $307 \times 307 \times 1$ 到 $307 \times 307 \times 200$ 这二个波段进行真实实验。

在所有实验中, 每个波段的像素值都在 $[0, 1]$ 范围内进行归一化。此外, 本文在 MATLAB (R2022b) 上进行所有实验, 使用 16 GB RAM 和 Inter (R) 核心(TM) CPU i5-12900h@1.60 GHz。

4.2. 实验的指标及设置

在图像中添加条纹和高斯噪声是一个开放的问题, 因为没有统一的方法。为了实现更真实的模拟实

¹https://www.ehu.es/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes.

²<https://sites.google.com/site/feiyunzhuhomepage/datasets-ground-truths>.

验, 本文为图像添加 0 均值标准差分别为{0.01 0.03 0.05}的高斯噪声, 在底层图像中引入周期性和非周期性条纹, 从而创建退化的高光谱图像, 实验创建条带遵循[22]中描述的方法。值得注意的是, 在条带噪声的创建中“ r ”和“ I ”分别表示条纹的区域比率和每个条纹的强度。图像中条纹区域的百分比(表示 r), 以及每条条纹线的强度(像素的绝对值平均值)(表示 I)。在本文的实验中, 本文考虑了 0.5 集合中条纹的百分比 r 。同时, 将条纹强度(I)为 0.3、0.5、0.7 的条纹线添加到图像中。

在模拟实验中, 本文将噪声强度为 G 的高斯与噪声比率为 r 、噪声强度为 I 的条带噪声结合, 分别得到了 9 种包含周期条纹和 9 种包含非周期条纹的场景。

为了验证所提出算法的有效性。选择了与本文模型中比较近似的算法进行比较, 其中选择如下几种算法, 例如: FGLR [23]、ETPTV [24]、LRTFDFR [25]、RCTV [26]、ASSTV [27]。这些算法代表了高光光谱图像去噪领域的多样化思想, 选择它们进行比较分析具有显著的代表性。FGLR 方法提出了一种新颖的图拉普拉斯正则化(Graph Laplacian Regularization, GLR)方法, 旨在利用高光光谱图像(High Spectral Image, HSI)波段间的低秩特性。与标准低秩正则化技术相比, GLR 方法不仅在性能上与之匹敌或更优, 而且计算效率更高。该方法应用在高光谱图像去噪问题上有着不错的效果。ETPTV 引入一种加权方案, 提出了一种新的用于高光光谱图像的纹理保存全变差正则化器。具体来说, 权值被分配给高光光谱图像的梯度映射, 这有助于松弛变化较大的像素的稀疏性约束, 从而保持纹理结构。LRTFDFR 算法提出了一种基于 HSI 混合噪声去除的双因子正则化 LRTF 模型。提出模型采用 LRTF 描述光谱全局低倾斜度, 引入一个加权组稀疏约束的空间差图像(SpatDI)的空间因素促进组的稀疏性, 并通过光谱连续性约束促进的光谱连续性。RCTV 算法中使用全变分来约束代表系数矩阵, 而不是数据矩阵来描述局部光滑先验, 这有助于消除噪声和降低计算复杂度。同时, 通过控制代表系数矩阵的列数来保持背景的低秩特征, 避免了奇异值分解计算, 提高了检测效率。ASSTV 引入各向异性空间和光谱全变分(ASSTV)正则化来保持 HSI 的空间 - 光谱平滑性和条纹的方向特征, 从而进一步抑制高层次条纹和高斯噪声。

本次实验旨在评估不同算法在处理高光光谱图像时的性能表现, 特别关注了周期(T)与非周期(NoT)两种不同条带噪声实验场景下的表现差异。在真实的实验中, 本文通过大量仿真实验结果的参数来调节真实实验的各个算法的参数。

图像评价指标是用来量化图像质量或图像间相似度的数学度量, 它们在图像处理、计算机视觉、模式识别和机器学习领域中具有重要作用。这些指标旨在客观评估图像的清晰度、失真程度、结构相似性等特征, 以及图像处理算法的性能。对于每种方法的恢复性能的定量评价, 本节提出了两个单独的评价指标, 即平均峰值信噪比(MPSNR)和平均结构相似度(MSSIM)。

4.3. 模拟数据实验结果

本文选取 Pavia University Scene 数据集生成了以下 18 种类型的噪声进行本文的仿真实验, 以验证本文方法去噪的可行性。

表 1 和表 2 展示的数据是在 Pavia University Scene 数据集上的实验结果: 表 1 和表 2 分别是对干净高光光谱图像添加周期噪声和非周期噪声的情况下的实验结果。表中数据清楚地说明, 在较低的噪声水平时, 各个对比算法在 Pavia University Scene 图像效果上均表现良好。随着噪声水平的提高, LRTFDFR 算法和 ASSTV 算法的图像效果表现逐渐变差。本文的方法在大多数情况之下计算出的评价指标优于其他方法, 而 FGLR 方法在大多数情况下获得次优结果。说明与传统的低秩正则化相比, 利用图拉普拉斯正则化算子(GLR)捕获 HSI 的低秩信息, 在某些情况下也可以表现出很好的去噪性能。上述实验结果说明本文所提出的方法在消除条纹和高斯的混合噪声方面有着较好的性能, 所提出的方法可以很好地恢复了高光光谱图像的结构特征。

Table 1. The average index value of Pavia University Scene dataset with periodic stripes and Gaussian mixture noise removed by different models

表 1. 不同模型去除具有周期性条纹和高斯混合噪声的 Pavia University Scene 数据集的平均指数值

T		addNoise	our	FGLR	ETPTV	RCTV	LRTFDFR	ASSTV	
G = 0.01	I = 0.3	PSNR	11.491	37.207	39.245	35.455	30.782	33.786	29.277
		SSIM	0.075	0.95	0.965	0.929	0.851	0.93	0.733
	I = 0.5	PSNR	9.755	39.094	36.302	32.288	27.587	28.454	28.113
		SSIM	0.038	0.96	0.939	0.903	0.766	0.89	0.834
	I = 0.7	PSNR	8.518	39.26	35.248	32.595	26.688	31.789	29.322
		SSIM	0.034	0.967	0.844	0.903	0.644	0.904	0.736
G = 0.03	I = 0.3	PSNR	11.445	38.159	37.721	34.478	31.023	32.874	26.908
		SSIM	0.074	0.958	0.953	0.912	0.845	0.902	0.631
	I = 0.5	PSNR	9.728	37.767	35.81	33.616	28.448	28.136	21.558
		SSIM	0.038	0.954	0.924	0.908	0.794	0.858	0.388
	I = 0.7	PSNR	8.484	37.472	37.407	30.879	27.334	30.734	26.458
		SSIM	0.034	0.935	0.933	0.864	0.709	0.859	0.61
G = 0.05	I = 0.3	PSNR	11.362	38.126	36.155	33.349	30.728	32.042	25.333
		SSIM	0.071	0.956	0.931	0.893	0.833	0.881	0.557
	I = 0.5	PSNR	9.671	33.428	36.3	30.36	27.787	27.501	20.985
		SSIM	0.039	0.891	0.934	0.86	0.75	0.809	0.346
	I = 0.7	PSNR	8.452	35.908	35.363	30.887	25.503	30.215	25.1
		SSIM	0.034	0.927	0.892	0.863	0.565	0.837	0.546

Table 2. The average index value of Pavia University Scene dataset with non-periodic stripes and Gaussian mixture noise removed by different models

表 2. 不同模型去除具有非周期性条纹和高斯混合噪声的 Pavia University Scene 数据集的平均指数值

NoT		addNoise	our	FGLR	ETPTV	RCTV	LRTFDFR	ASSTV	
G = 0.01	I = 0.3	PSNR	11.2	39.337	39.333	35.475	32.084	33.872	27.344
		SSIM	0.12	0.97	0.968	0.921	0.886	0.938	0.71
	I = 0.5	PSNR	8.971	34.157	36.416	33.557	28.04	31.465	26.366
		SSIM	0.046	0.917	0.928	0.916	0.801	0.912	0.673
	I = 0.7	PSNR	7.531	36.056	27.057	25.584	22.871	26.234	26.048
		SSIM	0.024	0.936	0.897	0.801	0.609	0.813	0.66
G = 0.03	I = 0.3	PSNR	11.157	38.908	38.039	34.397	31.303	32.57	26.357
		SSIM	0.116	0.968	0.957	0.913	0.861	0.897	0.631
	I = 0.5	PSNR	8.944	38.25	35.332	32.823	27.41	31.088	26.523
		SSIM	0.044	0.959	0.917	0.898	0.777	0.857	0.653
	I = 0.7	PSNR	7.513	38.21	27.019	23.103	20.967	26.739	24.85
		SSIM	0.023	0.959	0.851	0.756	0.534	0.801	0.601

续表

G = 0.05	I = 0.3	PSNR	11.109	38.051	36.826	33.762	30.752	32.378	25.394
		SSIM	0.114	0.95	0.941	0.901	0.839	0.898	0.58
	I = 0.5	PSNR	8.901	37.357	34.97	31.578	28.416	30.038	25.303
		SSIM	0.046	0.949	0.877	0.872	0.781	0.873	0.591
	I = 0.7	PSNR	7.482	35.775	25.298	23.068	20.042	25.027	23.33
		SSIM	0.022	0.926	0.734	0.733	0.469	0.709	0.5

由于在模拟实验中存在许多退化的情况，因此本文从每个实验中选择了一个去除周期条纹、高斯噪声和非周期条纹、高斯噪声的情况($G = 0.03, I = 0.7, r = 0.5$)来进行比较。在 Pavia University Scene 数据集仿真过程中，各种方法的可视化结果如图 2、图 3 所示，本文选取仿真实验数据集中第三十个波段进行可视化的展示。

在这些图中，(a)显示了基础图像，(b)显示了观察到的带有周期性条纹和非周期性条纹的 WDCM 图像，而(c)~(h)展示了使用各种方法去条纹的比较结果。

为了便于视觉比较，本文展示图像去噪后放大细节图。观察(c)~(h)表明，这些种方法可以有效地去除所有可见的条纹。然而，在条带噪声为周期噪声时 LRTFDFR 方法复原的图存在拉伸而 ASSTV 的复原图中存在残留噪声，两者都造成了图像的失真。观察条带噪声为非周期噪声时 RCTV、LRTFDFR 方法复原的图像可以看出明显的条带残留，ASSTV 的复原图中存在残留噪声，因此对于非周期性条纹的去除 RCTV 和 LRTFDFR 方法的效果明显不如周期性条纹去除的效果好。而相比之下，其余方法的恢复结果相对令人满意，显示出的放大图像没有可见的条纹和高斯噪声。本文提出的方法在周期条带和非周期条带的去除实验中都能将噪声去除，图像的恢复能力相对较强并能很好地保持图像的细节信息。

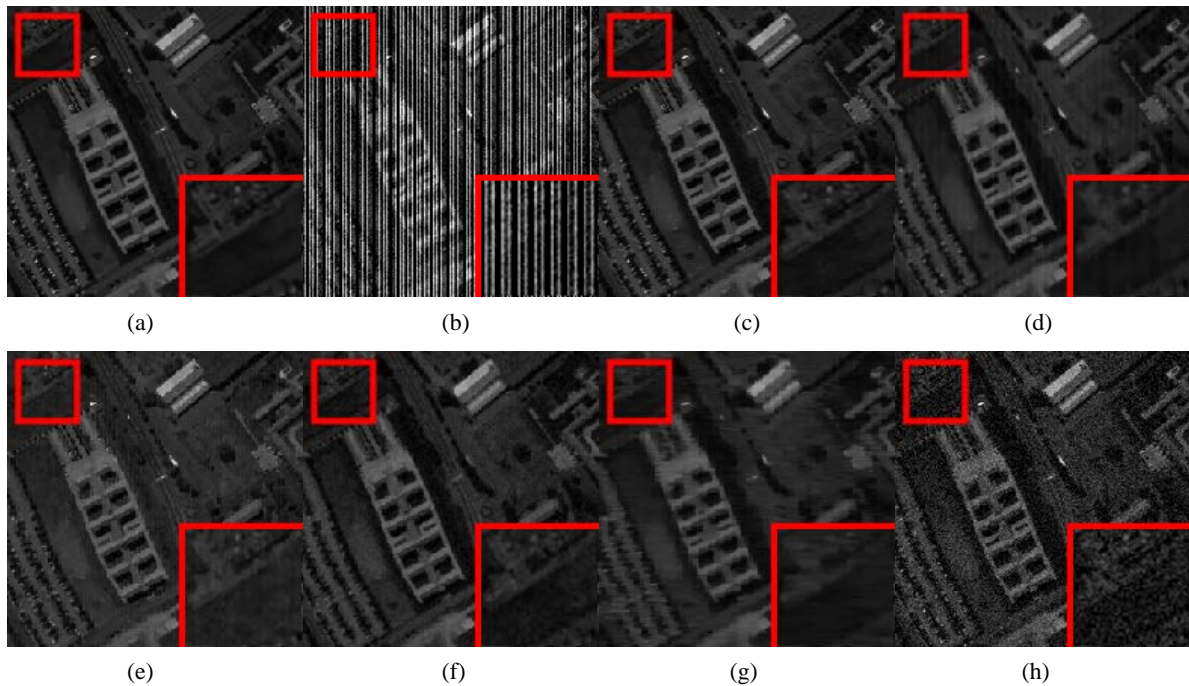


Figure 2. The Pavia University Scene dataset (Band 30) removes Gaussian noise and periodic stripe resulting images, (a) Clean image ($300 \times 300 \times 30$), (b) Noise image ($G = 0.03, I = 0.7, r = 0.5$), (c) Our, (d) FGLR, (e) ETPTV, (f) RCTV, (g) LRTFDFR, (h) ASSTV

图 2. Pavia University Scene 数据集(Band 30)去除高斯噪声、周期条带结果图像，(a) 干净图像($300 \times 300 \times 30$)，(b) 噪声图像($G = 0.03, I = 0.7, r = 0.5$)，(c) Our，(d) FGLR，(e) ETPTV，(f) RCTV，(g) LRTFDFR，(h) ASSTV

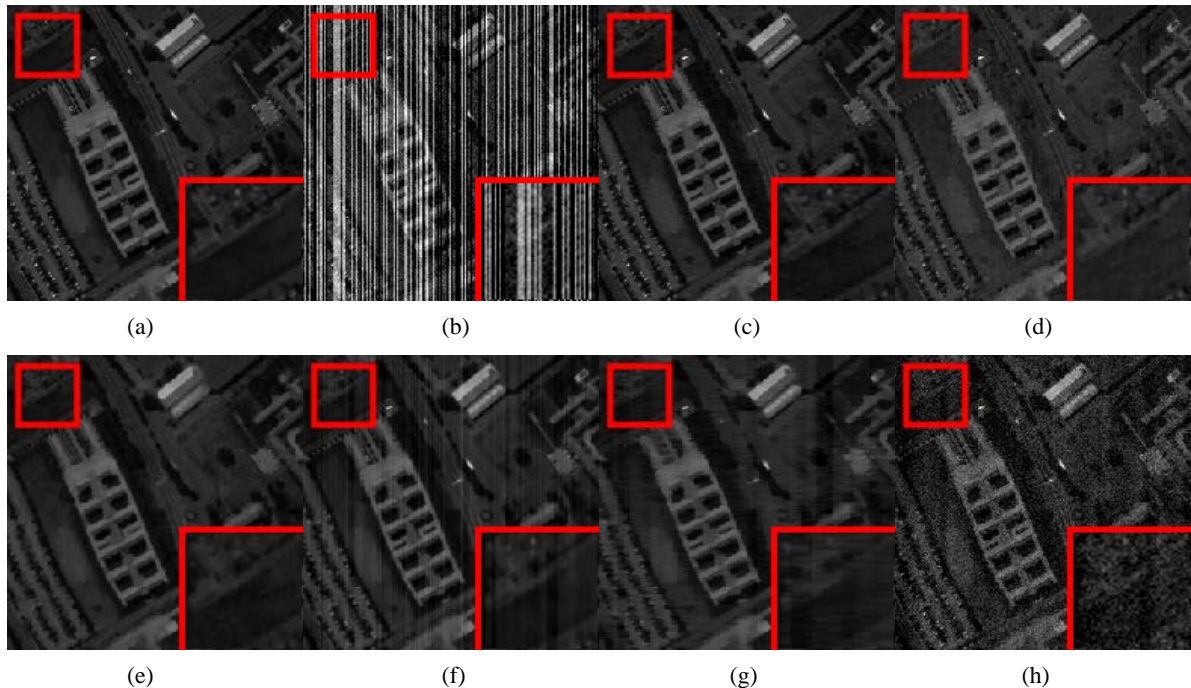


Figure 3. The Pavia University Scene dataset (Band 30) removes Gaussian noise and non-periodic stripe resulting images, (a) Clean image ($300 \times 300 \times 30$), (b) Noise image ($G = 0.03, I = 0.7, r = 0.5$), (c) Our, (d) FGLR, (e) ETPTV, (f) RCTV, (g) LRTFDFR, (h) ASSTV

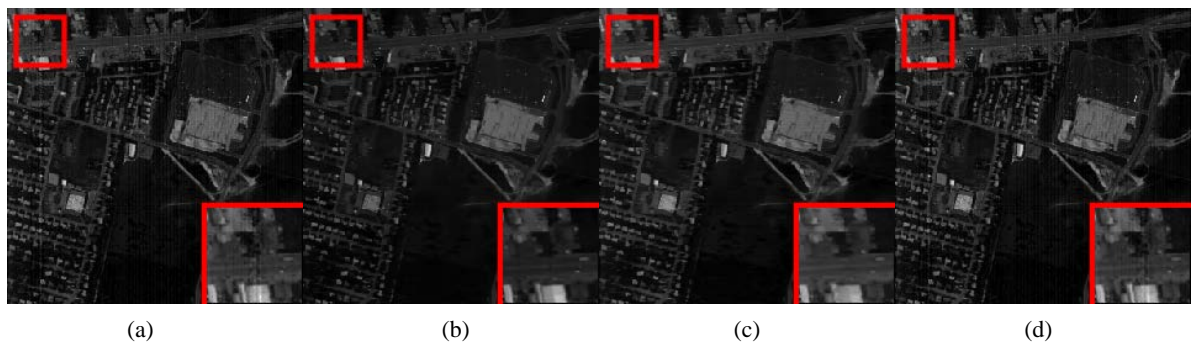
图 3. Pavia University Scene 数据集(Band 30)去除高斯噪声、非周期条带结果图像, (a) 干净图像($300 \times 300 \times 30$), (b) 噪声图像($G = 0.03, I = 0.7, r = 0.5$), (c) Our, (d) FGLR, (e) ETPTV, (f) RCTV, (g) LRTFDFR, (h) ASSTV

4.4. 真实数据实验结果

本节评估我们的方法的性能在真实的场景下通过进行实验真实的 HSI 数据集, 选取大小为 $307 \times 307 \times 210$ 受到了严重的污染的 HYDICE Urban Dataset 数据集。并选择了 $307 \times 307 \times 1$ 到 $307 \times 307 \times 200$ 两百个波段进行真实实验。

城市数据集: 受到噪声影响(a)中存在高斯和条带噪声, 图 4 显示了城市数据集 HYDICE Urban 中 30 个波段的去噪结果。可以观察到, FGLR、LRTFDFR 等方法可以显著去除噪声。ASSTV 和 RCTV 的恢复结果则存在明显的噪声残留。尽管 ASSTV 和 RCTV 会明显地抑制噪声, 它们也会导致过平滑的问题。在所有这些方法中, 我们的方法在噪声去除和纹理保存方面都获得了最好的性能。

为了进一步评价每种方法, 我们在图 5 中绘制了具有空间坐标(150, 150)的像素的光谱特征。图中的横轴和纵轴分别表示给定位置的带号和数字数值。由于噪声的存在, 原始 HSI 的光谱特征曲线波动迅速,



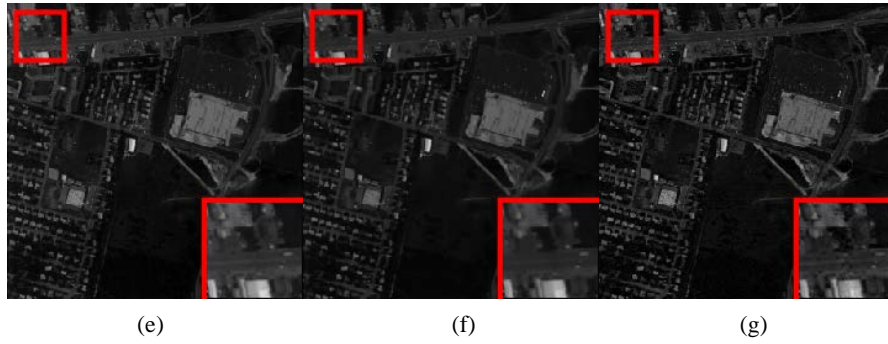


Figure 4. HYDICE City Dataset Section 1 Band Real Dataset; (a) Noise image, (b) Our, (c) FGLR, (d) ETPTV, (e) RCTV, (f) LRTFDFR, (g) ASSTV

图 4. HYDICE Urban Dataset 第 1 波段真实数据集; (a) 噪声图像, (b) our, (c) FGLR, (d) ETPTV, (e) RCTV, (f) LRTFDFR, (g) ASSTV

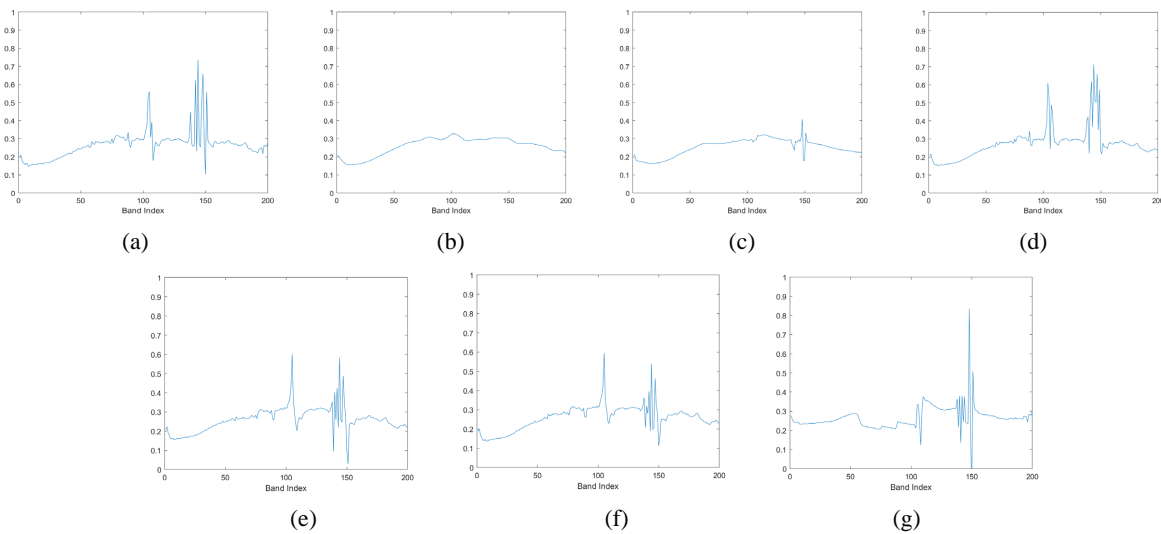


Figure 5. Spectral characteristics of points (150, 150) in the HYDICE Urban Dataset before and after denoising using different methods: (a) Noise image, (b) Our, (c) FGLR, (d) ETPTV, (e) RCTV, (f) LRTFDFR, (g) ASSTV

图 5. 采用不同方法去噪前后 HYDICE Urban Dataset 中点(150、150)的光谱特征, (a) 噪声图像, (b) Our, (c) FGLR, (d) ETPTV, (e) RCTV, (f) LRTFDFR, (g) ASSTV

如图 5 所示所有的去噪方法都或多或少地抑制了这些波动，其中 FGLR 和 our 对波动的抑制最为显著，值得注意的是，our 能够使光谱曲线保持微小的变化。总之，光谱特征图验证了我们方法在光谱保真度方面优于其他竞争方法，我们的方法在噪声去除和纹理保存方面都表现很好。

4.5. 参数分析

图像的恢复过程会受到参数的显著影响，因此，我们讨论了几个涉及的参数。该模型包含 5 个参数，包括 3 个正则化参数 $\lambda_i (i=1,2,3,4)$ ，以及另外 2 个 $\beta_i (i=1,2,3)$ 惩罚参数。为了讨论参数调整对实验的影响，我们选择了 MPSNR 指数来评价这些参数的选择。

在仿真实验部分我们使用 Pavia University Scene 数据集为实验对象，图 6 展示了各个参数的变化情况，根据参数选择的得出的 MPSNR 值，我们在调整模型参数时选择设置 lambda1、lambda3、lambda4 和 beta1、beta3 的范围如下： $\lambda_1, \lambda_2 \in (0.001, 0.004)$ ， $\lambda_3 \in (2, 10)$ ， $\lambda_4 \in (0.05, 0.1)$ ， $\beta_1, \beta_2 \in (0.1, 0.5)$ ， $\beta_3 \in (0.1, 0.4)$ ，此时模型会表现出较好的去噪效果较为合适。

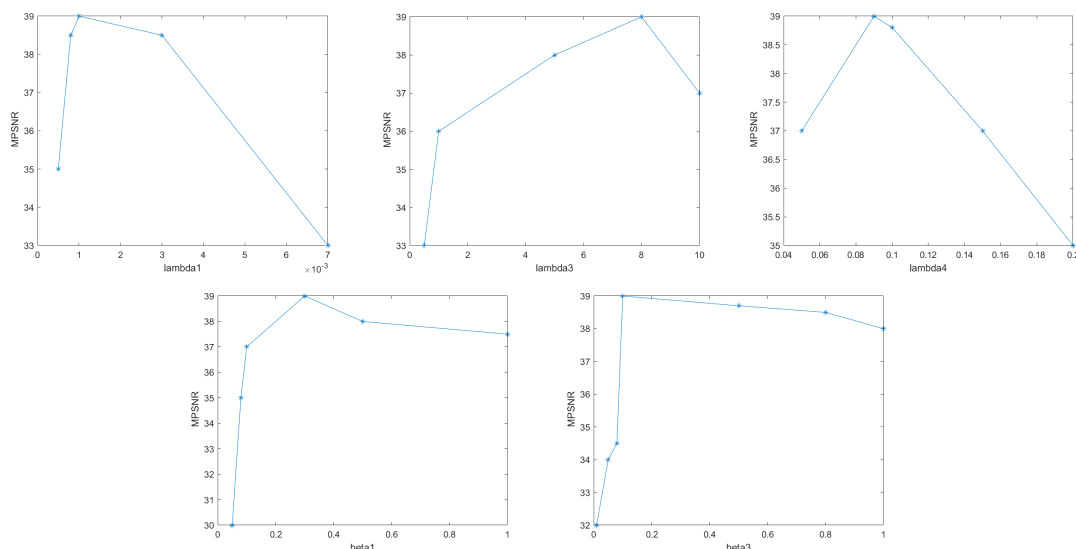


Figure 6. The Pavia University Scene dataset removes Gaussian noise and non-periodic bands ($G = 0.03, I = 0.5, r = 0.5$), and the proposed algorithm shows changes in MPSNR when using different lambda1, lambda3, lambda4, and beta1 and beta3
图 6. Pavia University Scene 数据集去除高斯噪声、非周期条带($G = 0.03, I = 0.5, r = 0.5$), 所提出的算法在使用不同的 lambda1、lambda3、lambda4 和 beta1、beta3 时的 MPSNR 变化情况

5. 结论

本研究提出了一种新颖的高光谱图像去噪方法,旨在有效去除图像中的高斯噪声和条带噪声。针对现有去噪技术在处理复杂噪声时的局限性,我们引入了重叠组稀疏性超拉普拉斯正则化(OGS-HL)模型,该模型通过结合全变分正则化和重叠组稀疏性,更准确地模拟了自然图像梯度的稀疏性和复杂分布,显著减轻了以往正则化方法因采用全变差正则项导致的阶梯效应。我们运用一范数来量化光谱图像梯度的稀疏性,而对于条带成分,则采用 1-范数来表征其全局稀疏特性。我们的方法特别考虑了图像的先验特性,通过构建包含期望特性(如稀疏性、低秩性或平滑性)的数学模型来指导去噪过程。

此外,我们还探讨了算法的计算效率和实际应用潜力。乘子交替方向法(ADMM)的采用,不仅加速了非凸和非光滑优化问题的求解过程,也为实际的高光谱图像处理提供了一种高效、可靠的解决方案。我们相信,这项研究不仅为图像去噪领域提供了新的视角和工具,也为高光谱图像在农业、环境监测和城市规划等实际应用中的广泛应用奠定了基础。

本研究通过深入的理论分析和广泛的实验验证,证明了所提方法在去除高光谱图像噪声方面的有效性和实用性,为高光谱图像处理和分析提供了新的技术支持。

致 谢

感谢我最好的朋友江传富对我完成这篇文章的鼓励与支持。

参考文献

- [1] Chang, C.-I. (1999) Spectral Information Divergence for Hyperspectral Image Analysis. *IEEE 1999 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Hamburg, 28 June-2 July 1999, 509-511.
- [2] Manolakis, D., Marden, D. and Shaw, G.A. (2003) Hyperspectral Image Processing for Automatic Target Detection Applications. *Lincoln Lab*, **14**, 79-116.
- [3] Ghamisi, P., Yokoya, N., Li, J., Liao, W., Liu, S., Plaza, J., *et al.* (2017) Advances in Hyperspectral Image and Signal Processing: A Comprehensive Overview of the State of the Art. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, **5**, 37-

78. <https://doi.org/10.1109/mgrs.2017.2762087>
- [4] Crouse, M.S., Nowak, R.D. and Baraniuk, R.G. (1998) Wavelet-Based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **46**, 886-902. <https://doi.org/10.1109/78.668544>
- [5] Li, Y., Wu, Z., Wei, J., Plaza, A., Li, J. and Wei, Z. (2015) Fast Principal Component Analysis for Hyperspectral Imaging Based on Cloud Computing. 2015 *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Milan, 26-31 July 2015, 513-516. <https://doi.org/10.1109/igarss.2015.7325813>
- [6] Dev Vishnu, S., Rajan, S., Sowmya, V. and Soman, K.P. (2017) Hyperspectral Image Denoising: A Least Square Approach Using Wavelet Filters. 2017 *International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics*, Udupi, 13-16 September 2017, 805-811. <https://doi.org/10.1109/icacci.2017.8125941>
- [7] Letexier, D. and Bourennane, S. (2008) Multidimensional Wiener Filtering Using Fourth Order Statistics of Hyperspectral Images. 2008 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Las Vegas, 31 March-4 April 2008, 917-920. <https://doi.org/10.1109/icassp.2008.4517760>
- [8] Licciardi, G.A. and Chanussot, J. (2015) Nonlinear PCA for Visible and Thermal Hyperspectral Images Quality Enhancement. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, **12**, 1228-1231. <https://doi.org/10.1109/lgrs.2015.2389269>
- [9] Meng, S., Huang, L. and Wang, W. (2016) Tensor Decomposition and PCA Jointed Algorithm for Hyperspectral Image Denoising. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, **13**, 897-901. <https://doi.org/10.1109/lgrs.2016.2552403>
- [10] Alexey, P. and Olga, P. (2024) Real Time Method and Algorithms for Fast Discrete Fourier Transform of Discrete Finite Signals. 2024 *26th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications*, Moscow, 27-29 March 2024, 1-6. <https://doi.org/10.1109/dspa60853.2024.10510069>
- [11] Metzler, C.A., Maleki, A. and Baraniuk, R.G. (2016) BM3D-PRGAMP: Compressive Phase Retrieval Based on BM3D Denoising. 2016 *IEEE International Conference on Image Processing*, Phoenix, 25-28 September 2016, 2504-2508. <https://doi.org/10.1109/icip.2016.7532810>
- [12] Rudin, L.I., Osher, S. and Fatemi, E. (1992) Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **60**, 259-268. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90242-f](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90242-f)
- [13] Wen, Y., Ng, M.K. and Huang, Y. (2008) Efficient Total Variation Minimization Methods for Color Image Restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, **17**, 2081-2088. <https://doi.org/10.1109/tip.2008.2003406>
- [14] Ye, M., Qian, Y. and Zhou, J. (2015) Multitask Sparse Nonnegative Matrix Factorization for Joint Spectral-Spatial Hyperspectral Imagery Denoising. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **53**, 2621-2639. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2014.2363101>
- [15] Liang, H. (2015) Research of Liquid CT Image De-Noising Based on Improved NL-Means Algorithm. 2015 *International Carnahan Conference on Security Technology*, Taipei, 21-24 September 2015, 359-362. <https://doi.org/10.1109/ccst.2015.7389710>
- [16] Wang, Y., Lin, L., Zhao, Q., Yue, T., Meng, D. and Leung, Y. (2017) Compressive Sensing of Hyperspectral Images via Joint Tensor Tucker Decomposition and Weighted Total Variation Regularization. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, **14**, 2457-2461. <https://doi.org/10.1109/lgrs.2017.2771212>
- [17] Tian, X., Xie, K. and Zhang, H. (2024) Hyperspectral Image Denoising via L_0 Regularized Low-Rank Tucker Decomposition. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, **17**, 3297-3313. <https://doi.org/10.1109/jstars.2023.3342408>
- [18] Lu, X., Wang, Y. and Yuan, Y. (2013) Graph-Regularized Low-Rank Representation for Destriping of Hyperspectral Images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **51**, 4009-4018. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2012.2226730>
- [19] Xu, Y., Song, X., Dong, F. and Wang, H. (2013) An Adaptive Total Variation Regularization Method for Electrical Resistance Tomography. 2013 *IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques*, Beijing, 22-23 October 2013, 127-131. <https://doi.org/10.1109/ist.2013.6729676>
- [20] Liu, J., Huang, T., Selesnick, I.W., Lv, X. and Chen, P. (2015) Image Restoration Using Total Variation with Overlapping Group Sparsity. *Information Sciences*, **295**, 232-246. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.10.041>
- [21] Jon, K., Sun, Y., Li, Q., Liu, J., Wang, X. and Zhu, W. (2021) Image Restoration Using Overlapping Group Sparsity on Hyper-Laplacian Prior of Image Gradient. *Neurocomputing*, **420**, 57-69. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.08.053>
- [22] Chen, Y., Huang, T. and Zhao, X. (2018) Destriping of Multispectral Remote Sensing Image Using Low-Rank Tensor Decomposition. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, **11**, 4950-4967. <https://doi.org/10.1109/jstars.2018.2877722>
- [23] Su, X., Zhang, Z. and Yang, F. (2023) Fast Hyperspectral Image Denoising and Destriping Method Based on Graph Laplacian Regularization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **61**, 1-14. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2023.3272906>

-
- [24] Chen, Y., Cao, W., Pang, L., Peng, J. and Cao, X. (2023) Hyperspectral Image Denoising via Texture-Preserved Total Variation Regularizer. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **61**, 1-14. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2023.3292518>
- [25] Zheng, Y., Huang, T., Zhao, X., Chen, Y. and He, W. (2020) Double-Factor-Regularized Low-Rank Tensor Factorization for Mixed Noise Removal in Hyperspectral Image. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **58**, 8450-8464. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2020.2987954>
- [26] Peng, J., Wang, H., Cao, X., Liu, X., Rui, X. and Meng, D. (2022) Fast Noise Removal in Hyperspectral Images via Representative Coefficient Total Variation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **60**, 1-17. <https://doi.org/10.1109/tgrs.2022.3229012>
- [27] Chang, Y., Yan, L.X., Fang, H.Z. and Luo, C.N. (2015) Anisotropic Spectral-Spatial Total Variation Model for Multispectral Remote Sensing Image Destriping. *IEEE Transactions on Image Processing*, **24**, 1852-1866. <https://doi.org/10.1109/tip.2015.2404782>