

公共交通复合网络的鲁棒性分析

郭丹, 纪楠

华北理工大学理学院, 河北 唐山

收稿日期: 2024年5月24日; 录用日期: 2024年6月19日; 发布日期: 2024年6月26日

摘要

本文对深圳公共交通复合网络的网络特性和鲁棒性进行了分析。以Space L法构建公交、地铁和有轨电车构成的公共交通复合网络模型, 对公共交通复合网络进行网络特性分析; 对公共交通复合网络进行蓄意攻击和随机攻击, 分析其在两种攻击模式下的鲁棒性。结果表明: 公共交通复合网络不属于小世界网络, 网络效率较低; 在随机攻击模式下公共交通复合网络的鲁棒性较好, 蓄意攻击模式下的鲁棒性较差。

关键词

复合网络, Space L, 鲁棒性

Robustness Analysis of Public Transport Complex Network

Dan Guo, Nan Ji

College of Science, North China University of Science and Technology, Tangshan Hebei

Received: May 24th, 2024; accepted: Jun. 19th, 2024; published: Jun. 26th, 2024

Abstract

This paper analyzes the network characteristics and robustness of Shenzhen public transport complex network. Space L method is used to construct the public transportation composite network model composed of bus, subway and tram, and the network characteristics of the public transportation composite network are analyzed. Deliberate attacks and random attacks are carried out on the public transport complex network, and the robustness of the two attack modes is analyzed. The results show that the public transport complex network does not belong to the small-world network, and the network efficiency is low; in random attack mode, the public transport complex network has better robustness, while in deliberate attack mode, it has worse robustness.

Keywords

Composite Network, Space L, Robustness

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着社会的不断发展,人们出行的方式也越来越丰富,如公交、地铁等交通工具。当遇到客流量突然增大或者因极端天气导致一些站点或者线路瘫痪时,会对局部的交通造成影响,甚至导致整个交通网络瘫痪。交通网络的畅通性与我们的日常生活相关,当其遭到破坏时我们的生活也会受到影响,因此,对交通网络的研究也成为了所关注的热点。Albert 等提出了鲁棒性的概念,在这之后国内外的研究者们就开始对网络的鲁棒性进行更深入的研究,通过复杂网络的一些特性将鲁棒性进行量化。Sohn 使用无后悔学习算法来最大化基于节点的度信息和网络中的链路总数的效用函数,发现这种方法比传统的方法具有较高的鲁棒性[1]。Wu 等提出通过信息扰动改变显示出的网络结构信息以此来增强无标度网络对蓄意攻击的结构鲁棒性,并提出了一个优先干扰低度的“穷节点”的最优干扰策略[2]。Gao 等研究得出了相依网络通用的渗流定律分析框架[3]。Dong 等将依赖于节点度的目标攻击概率函数引入到相依网络鲁棒性受到定向攻击的影响问题,并且分析了在目标攻击下两种不同的相依网络的鲁棒性[4]。Ren Tao 等构建了公交车站、换乘站点、公交线路三种网路,分析了城市公交网络的结构特性和脆弱性,还分析了双层网络的客流量的重分配的级联失效过程,以沈阳市的公交网络为例进行了仿真研究并给出了完善的建议[5]。谢本凯等将虚拟换乘边概念引入到城市轨道交通网络路网模型中,并以郑州市城市轨道交通网络为例进行了鲁棒性分析,结果发现在蓄意性攻击下网络的鲁棒性较差,需要加强关键节点的保护[6]。蔡鉴明和邓薇将有级联失效和无级联失效两种情况下长沙的地铁网络的鲁棒性进行了研究,研究结果表明无论在哪种情况下,随机攻击下网络的鲁棒性都更好[7]。张振江等对铁路快捷货运网络的拓扑特性和鲁棒性进行了分析,发现铁路快捷货运网络在蓄意攻击下的网络鲁棒性较差,在研究动态鲁棒性时网络更加脆弱[8]。

深圳市中公交分为普通公交、干线公交、快线公交、高峰专线等十类,公交线路总共有 911 条。不同类型的公交所承担的客流类型和运营的时间都有所不同,以此应对城市中不同时间、地点乘客通勤的需求,如高峰专线运行时间段为上下班的人流高峰期、夜间公交的运行时间为 23 时至次日的 5 时等,其中普通公交运营时间符合大多数乘客的出行时间,接载乘客的类型也较为丰富,因此本文将普通公交作为公交线路主要的研究对象。普通公交是由 154 条公交线路所构成的,2799 个站点所构成。伴随着生活的快速发展,人们对生活中网络的安全性和稳定性也越来越重视。于是,本文对深圳普通公交 154 条公交线路、17 条地铁线路和 2 条有轨电车网络构成的公共交通复合网络进行研究分析,首先,以 Space L 法构建公共交通复合网络的模型,对公共交通复合网络的网络拓扑特性进行分析,其次,对公共交通复合网络进行蓄意攻击和随机攻击,研究其在两种攻击模式下的鲁棒性。

2. 级联失效模型

级联失效不断发生在生活中,其对网络的破坏和我们的生活都产生了不可估计的影响。生活中的网

络大多不以单纯的网络结构而存在, 而是其会承载一定的物质, 其中物质为信息、物质、热量等。当网络遭受到不确定因素造成网络中的节点无法进行正常运作时, 失效节点的负载将按照一定的比例分配给其它节点, 当可分配节点接收额外的负载后若超出其节点容量, 节点也将成为失效节点, 其上的负载将按上述分配过程进行负载重新分配, 如此循环直至网络中不再有新的失效节点产生, 这个过程称为级联失效。级联失效模型的组成部分大致为节点的初始负载、节点容量、节点负载的分配策略。

节点的初始负载为

$$L_i(0) = (k_i)^\alpha, i \in V \quad (1)$$

其中, k_i 为节点 i 的节点度, α 为容量调整参数。

Motter-Lai 模型(ML 模型)是经典的负荷 - 容量模型之一, 是由 Motter 和 Lai 在 2002 年提出的[9]。该模型定义节点容量与节点初始负载呈线性正相关, 有学者改进了 ML 模型, 提出了更符合现实情况的非线性负载 - 容量模型[10]-[12]

$$C_i = L_i(0) + \beta L_i(0)^\alpha \quad (2)$$

其中, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ 。 α 和 β 是容量的调整参数。当 $\alpha = 1$ 时为 ML 模型。

Duan 等[13]在研究时假设网络中的节点能获得部分区域内的节点信息, 给出一种可调负荷区域的再分配策略。后来有学者将其分配比例中的节点的初始负载变成了剩余容量使更符合实际情况。节点负载的分配比例为

$$p_{ij} = \left((C_j - L_j) / d_{ij}^\theta \right) / \left(\sum_{m \in \Gamma_d} (C_m - L_m) / d_{im}^\theta \right) \quad (3)$$

其中, C_j 为节点 j 的容量; L_j 为节点 j 的初始负载; d_{ij} 是节点 i 和节点 j 的最短路径长度; θ 是失效节点的影响力指标, $\theta > 0$; k_j 为节点 j 的度值; Γ_d 为所有可分配节点的集合。

节点 j 所获得的负载 ΔL_{ij} 为:

$$\Delta L_{ij} = p_{ij} L_i(0) \quad (4)$$

$$\Delta L_{ij} = \left[\left((C_j - L_j) / d_{ij}^\theta \right) / \left(\sum_{m \in \Gamma_d} (C_m - L_m) / d_{im}^\theta \right) \right] L_i(0) \quad (5)$$

节点 j 接受来自失效节点的负载后的负载为:

$$L_j = L_j(0) + \Delta L_{ij} \quad (6)$$

节点 i 的负载与节点容量 C_i 的关系:

1) 若 $L_i > C_i$ 时, 则节点 j 在接受负载后超过其所能承受的最大容量, 节点 j 将不能正常运行成为新的失效节点。

2) 若 $L_i \leq C_i$ 时, 则节点 j 在接受负载后超过其所能承受的最大容量, 节点 j 将正常运行。

3. 网络鲁棒性的衡量指标

网络的鲁棒性是当网络中的结构发生一些变化时, 网络能抵御故障所带来影响的性能[14]。在公共交通网络中, 由于恶劣的雨雪天气、人流量高峰期等会导致公共交通网络的失衡, 公共交通网络中的部分站点会因此瘫痪。公共交通复合网络在遭遇意外状况时, 网络还能继续维持网络的连通性能即公共交通复合网络的鲁棒性[14]。

公共交通复合网络的鲁棒性, 可以通过观察复合网络遭受攻击后网络结构指标的变化, 来进行分析。

1) 网络最大连通子图率

当公共交通复合网络遭受攻击时,网络会产生一些级联失效过程,将攻击的影响在网络中进行传播,从而破坏网络的畅通性。在分裂形成的这些连通的子图中,其中有一个子图被称为最大连通子图[15],其节点总数是最大的。

$$S = N'/N \quad (7)$$

其中, N' 为最大连通子图中的节点的数目; N 为整个网络的节点数。

最大连通子图率的大小变化可以看出网络在遭遇攻击时,整个网络结构的变化的剧烈程度[16]。在网络遭遇攻击后,如果最大连通子图值的大小变化较小,表明攻击对网络并未造成较大的影响,对网络的连通性影响较小;反之表明此次攻击较强烈,对网络的结构造成了较大影响,网络的连通性也随之下降。

2) 网络效率

网络效率是个全局性的指标值,它的变化表征网络经历节点攻击之后,网络结构整体连通性的变化[16]。网络效率的值越高,表明网络整体的连通性越好,节点间的聚集程度越高。网络效率公式:

$$E = [1/N(N-1)] \sum_{i \neq j} 1/d_{ij} \quad (8)$$

其中, N 为网络中的所有节点的数目; d_{ij} 为网络中节点之间距离的倒数。

4. 实例分析

以深圳公共交通组成的复合网络为例进行鲁棒性分析,深圳市公共交通系统主要是由公交、地铁、有轨电车等组成,本文对公交网络、地铁网络、有轨电车网络所组成的公共交通复合网络的鲁棒性进行分析。深圳的公交线路共有 911 条线路,其是由普通公交、干线公交、快线公交、高峰专线等十种公交线路所组成。本文将普通公交作为公交线路主要的研究对象。普通公交共有线路 154 条,公交站点 2799 个。截止到 2023 年 12 月 27 日,深圳地铁已开通运营线路共 16 条,车站共有 306 座。深圳的有轨电车运营线共有一条为龙华现代有轨电车,运行线路分为主线和支线两种,共设有 20 座站点。

4.1. 模型假设

构建公共交通复合网络时,作了以下假设:

1) 以 Space L 法构建复合交通网络,将公交站点、地铁站点和有轨电车站点视为为网络节点,将相互通行站点间的道路视为网络的边,且将站点间多条线路抽象为一条边。

2) 构建复合网络时不考虑线路的方向,将网络抽象为无向网络。

3) 若公交站点、地铁站点和有轨电车站点相距在 200 m 范围内,则站点间存在连边,即换乘边。

4) 公交网络、地铁网络和有轨电车网络通过换乘边连接构成复合交通网络。

5) 由于地铁线路和有轨电车路线的上下行差异较小,统一将上行线路作为标准行驶线路,构建无向复合网络。

6) 研究过程中不考虑站点的自我恢复能力。

4.2. 网络模型的构建

4.2.1. 网络的符号化

将公交网络、地铁网络和有轨电车网络组成的公共交通复合网络的定义为一个三元组 $\langle V, E, S \rangle$, V 为地铁和有轨电车站点集合,且 $V = \{V_b, V_s, V_t\}$, V_b 为公交站点, V_s 为地铁站点集合, V_t 为有轨电车站点集合; E 为公交、地铁和有轨电车复合网络线路集合,且 $E = \{E_b, E_s, E_t, E_c\}$, 其中 E_b 为公交网络边集合;

E_s 为地铁网络边集合; E_t 为地铁网络边集合, E_c 为换乘边集合。 S 为层集, 且 $S = \{S_b, S_s, S_t\}$, 其中 S_b 为公交网络层, S_s 为地铁网络层, S_t 有轨电车层(图 1)。

设 A 为公共交通复合网络的邻接矩阵, 则 A 可以表示为:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix}$$

其中

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{节点 } i \text{ 和节点 } j \text{ 存在连边} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

N 为公共交通复合网络中所有节点的总和, 即公交、地铁和有轨车站点的总数。且规定站点自身不存在连边, 即 $a_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, N$, 网络中所存在的连边即公交线路、地铁、有轨电车线路以及各个站点之间的换乘连边。

复合交通网络按上述假设进行模型构建, 耦合网络的边权重矩阵可以表示为:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdots & w_{NN} \end{bmatrix}$$

其中 w_{ij} 为连边的权重; N 耦合网络中的总的节点数, 即公交、地铁和有轨车站点的总数。

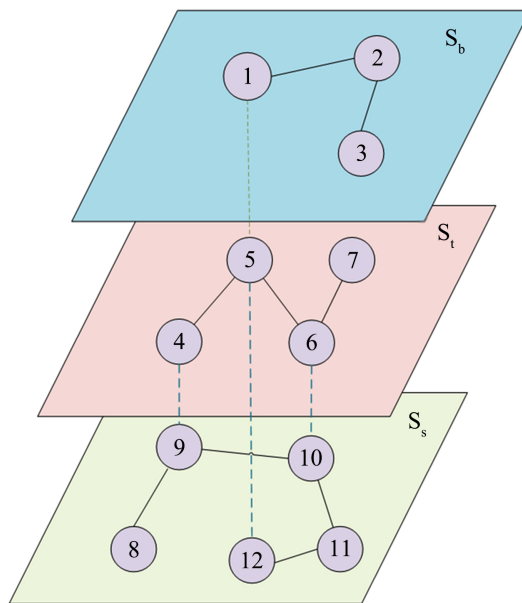


Figure 1. Schematic diagram of a composite network
图 1. 复合网络的示意图

4.2.2. 网络统计特性

通过 Gephi 和 matlab 软件计算公共交通网络和其复合网络的统计特性, 如表 1 所示。

Table 1. Statistical characteristics of public transport networks**表 1.** 公共交通网络的统计特性

网络类型	节点数	边数	平均度	集聚系数	平均路径长度	直径	网络效率
公交网络	2799	3135	2.24	0.058	26.789	91	0.0280
地铁网络	317	302	1.095	—	9.558	39	0.0946
有轨电车网络	20	19	1.9	—	5.373	14	0.1662
复合网络	3296	4060	2.464	0.048	13.483	61	0.0460

由表 1 可知, 公交网络的平均度为 2.24, 复合网络的平均度为 2.464, 地铁和有轨电车的加入提高了交通网络的连通度。复合网络的平均路径长度为 13.483, 表明复合网络中站点数虽多, 从一个站点到另一个站点平均需要不到 13 次的中转。公交网络需要平均不到 26 次的中转。公交网络的效率为 0.0280, 复合网络的网络效率为 0.0460, 公共交通复合网络中人们的出行效率会更高。由表 1 可知, 四种网络的聚类系数较小, 平均路径长度较大, 不具有小世界特性。

4.3. 随机攻击与蓄意攻击模式下网络的鲁棒性

根据统计的深圳公共交通网络的相关线路数据进行实例计算, 绘制复合交通网络。公交站点集合有 2803 个公交站点, 公交网络边集合中共有 3135 条边; 地铁站点集合有 317 个地铁站点, 地铁网络边集合有 302 条边; 有轨电车站点集合有 20 个有轨电车站点, 有轨电车网络集合中共有 19 条边。按照网络模型构建的假设当公交站点、地铁站点和有轨电车站点若相距在 200 范围内, 站点之间就会有边相连接, 构成换乘边。通过 ArcGIS 软件进行统计得出换乘边的数量, 换乘边集合中共有 545 条边。

随机攻击指以某种概率在网络中随机的选取部分节点进行攻击使其失效, 由于节点间的耦合关系引发其它节点的失效, 导致部分网络失效甚至使整个网络瘫痪。蓄意攻击也称选择性攻击, 指以某种确定标准将网络的节点进行排序, 选择某些节点进行攻击使其失效, 由于节点间的耦合关系引发网络中其它节点的失效, 导致部分网络甚至整个网络瘫痪。对复合交通网络进行随机攻击和蓄意攻击, 对比其在两种攻击模式下的鲁棒性。

复合网络的初始网络效率为 0.046。蓄意攻击将攻击节点度最大的节点, 即首先攻击海外装饰大厦 1 公交站点, 其节点度为 22。由图 2 可知, 网络在蓄意攻击模式下, 复合网络的网络效率值变化较大。在蓄意攻击下, 攻击次数较小时对网络效率的影响不大, 随着攻击比例上升, 对网络效率的影响在不断变大。在攻击比例达到时, 复合网络的网络效率值几乎为 0, 即复合网络的连通性已经变得很差。

随机攻击模式下, 在节点比例达到 $F = 0.6$ 时, 网络才会近乎瘫痪; 在蓄意攻击模式下, 攻击比例达到 $F = 0.1191$ 时网络已经近乎瘫痪。蓄意攻击会首先攻击复合网络中的重要节点, 而使复合网络的网络结构产生较大变化, 产生更多的孤立节点; 而随机攻击为从复合网络的节点中随机选择一些节点进行攻击, 选择到重要节点的概率较小, 从而只有攻击到较多的节点, 才会导致复合网络的瘫痪。因此结果表明深圳市复合交通网络在蓄意攻击下的鲁棒性较差, 随机攻击模型下的鲁棒性较好, 即网络在遇到偶发事件时, 对交通复合网络的网络效率较小。

由图 3 可知, 复合网络的最大连通子图相对大小值 L 为 1。蓄意攻击模式下, 最大连通子图大小值变化较为剧烈。蓄意攻击模式下, 当节点攻击比例 $F = 0.1191$, 复合网络近乎瘫痪; 而在随机攻击模式下, 最大连通子图相对大小的值为 0.4953, 对网络结构影响较小。当节点攻击比例达到 $F = 0.66$ 时, 复合网络中节点几乎都为孤立节点。因此, 结果表明公共交通复合网络在随机攻击模式下的鲁棒性较好, 随机攻击对网络的结构影响较小, 即在遇到偶发的事故或自然灾害时, 对复合交通网络的整体连通性较小。

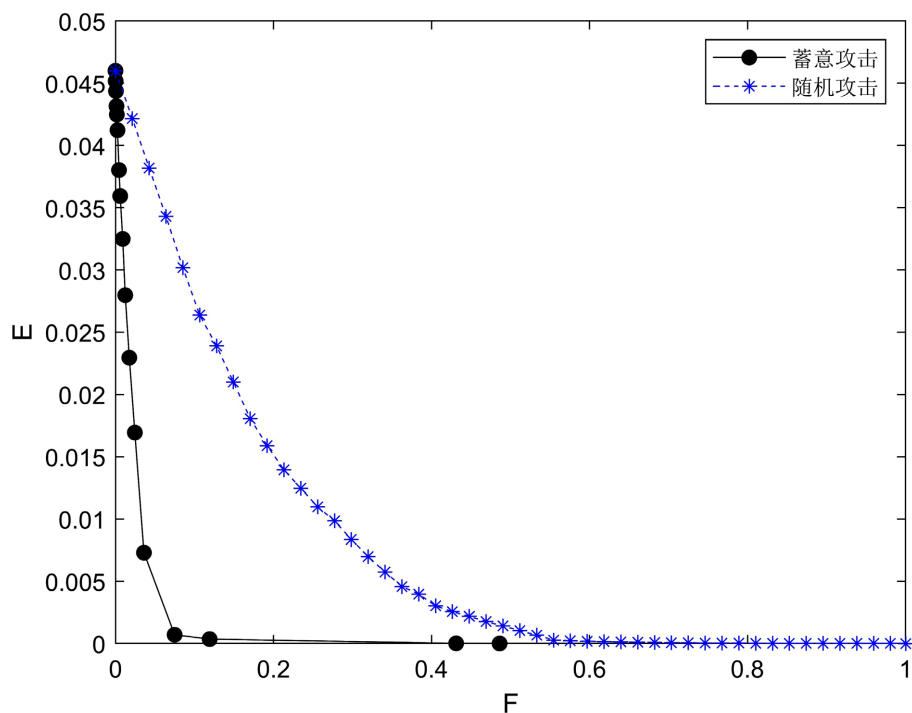


Figure 2. Comparison of the relative size of the network efficiency value of the composite network under different attack modes

图 2. 不同攻击模式下复合网络的效率值相对大小比较

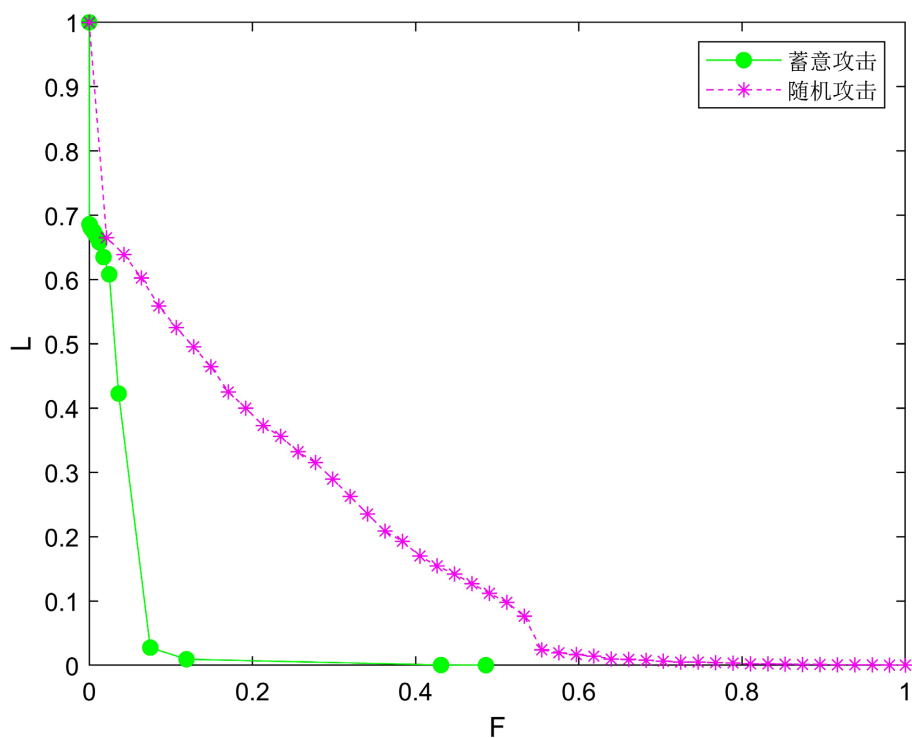


Figure 3. Comparison of the relative sizes of maximum connected subgraphs of composite networks under different attack modes

图 3. 不同攻击模式下复合网络最大连通子图相对大小比较

5. 结论

本文基于复杂网络的理论对深圳市公共交通复合网络的拓扑特性和鲁棒性进行了分析, 首先以 Space L 法构建 154 条普通公交线路、16 条地铁线路以及 2 条有轨电车线路所组成的公共交通网络; 其次, 对公共交通复合网络进行了蓄意攻击和随机攻击, 以网络效率和网络最大连通子图率为鲁棒性评价指标, 分析公共交通复合网络在两种攻击模式下复合网络的鲁棒性。拓扑特性结果分析表明: 公共交通复合网络的节点数较多, 但其从一站点到另一站点平均需要不到 13 次的转乘, 网络的效率值较高; 公共交通的复合网络具有较大的平均路径长度, 较低的集聚系数, 不符合小世界特性。鲁棒性分析结果表明: 公共交通复合网络在随机攻击模式下的鲁棒性较好, 而在蓄意攻击模式下鲁棒性较差。

综合上述的分析结果, 公共交通复合网络在随机攻击模式下的鲁棒性较好, 结合实际, 在随机性攻击下, 个别站点受到大量人流、极端天气等情况的破坏, 对整个复合网络的运输功能不会产生太大的影响; 但如果大规模节点同时遭到破坏, 复合网络的鲁棒性就会较差, 网络效率受到较大的影响。

参考文献

- [1] Sohn, I. (2019) Robustness Enhancement of Complex Networks via No-Regret Learning. *ICT Express*, **5**, 163-166. <https://doi.org/10.1016/j.ict.2018.10.001>
- [2] Wu, J., Tan, S., Liu, Z., Tan, Y. and Lu, X. (2017) Enhancing Structural Robustness of Scale-Free Networks by Information Disturbance. *Scientific Reports*, **7**, Article No. 7559. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-07878-2>
- [3] Gao, J., Buldyrev, S.V., Havlin, S. and Stanley, H.E. (2011) Robustness of a Network of Networks. *Physical Review Letters*, **107**, Article ID: 195701. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.107.195701>
- [4] Dong, G., Gao, J., Du, R., Tian, L., Stanley, H.E. and Havlin, S. (2013) Robustness of Network of Networks under Targeted Attack. *Physical Review E*, **87**, Article ID: 052804. <https://doi.org/10.1103/physreve.87.052804>
- [5] Ren, T., Wang, Y., Liu, M. and Xu, Y. (2016) Analysis of Robustness of Urban Bus Network. *Chinese Physics B*, **25**, Article ID: 020101. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/25/2/020101>
- [6] 谢本凯, 涂新雨, 李琴. 城市轨道交通网络鲁棒性分析[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(28): 11693-11697.
- [7] 蔡鉴明, 邓薇. 长沙地铁网络复杂特性与级联失效鲁棒性分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(6): 1587-1596.
- [8] 张振江, 张玉召, 王小荣. 铁路快捷货运网络鲁棒性分析[J]. 中国安全科学学报, 2020, 30(3): 150.
- [9] Motter, A.E. and Lai, Y. (2002) Cascade-Based Attacks on Complex Networks. *Physical Review E*, **66**, Article ID: 065102. <https://doi.org/10.1103/physreve.66.065102>
- [10] Fu, Y., Wang, L. and Chen, M.Z.Q. (2016) Robustness of Controllability for Scale-Free Networks Based on a Nonlinear Load-Capacity Model. *IFAC-PapersOnLine*, **49**, 37-42. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.05.007>
- [11] Wang, L., Fu, Y., Chen, M.Z.Q. and Yang, X. (2017) Controllability Robustness for Scale-Free Networks Based on Nonlinear Load-Capacity. *Neurocomputing*, **251**, 99-105. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.04.011>
- [12] 吴晓平, 王甲生, 秦艳琳, 等. 非线性负载容量模型的小世界网络级联抗毁性研究[J]. 通信学报, 2014, 35(6): 1-7.
- [13] Duan, D., Ling, X., Wu, X., Ouyang, D. and Zhong, B. (2014) Critical Thresholds for Scale-Free Networks against Cascading Failures. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **416**, 252-258. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.08.040>
- [14] 徐凤, 朱金福, 苗建军. 基于复杂网络的空铁复合网络的鲁棒性研究[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2015, 12(1): 40-45.
- [15] Kitsak, M., Ganin, A.A., Eisenberg, D.A., Krapivsky, P.L., Krioukov, D., Alderson, D.L., et al. (2018) Stability of a Giant Connected Component in a Complex Network. *Physical Review E*, **97**, Article ID: 012309. <https://doi.org/10.1103/physreve.97.012309>
- [16] 石文静. 双层复杂网络视角下城市公共交通系统鲁棒性研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 长安大学, 2021.