

基于自适应控制的变系数积分时滞神经网络的同步

郭龄玉, 刘宝生

上海师范大学数学系, 上海

收稿日期: 2022年8月26日; 录用日期: 2022年9月21日; 发布日期: 2022年9月28日

摘要

本文研究了一种带有变系数的积分时滞型神经网络模型。利用泛函微分方程的Lyapunov-Lasall原理, 得到了判断基于自适应控制的稳定性依据。最后, 通过数值模拟对所得结论进行了验证。

关键词

时滞神经网络, 同步, Lyapunov-Lasall原理, 自适应控制, 时变延迟

Synchronization of Variable Coefficient Integral Time-Delay Neural Networks Based on Adaptive Control

Lingyu Guo, Baosheng Liu

Department of Mathematics, Shanghai Normal University, Shanghai

Received: Aug. 26th, 2022; accepted: Sep. 21st, 2022; published: Sep. 28th, 2022

Abstract

In this paper, a variable coefficient integral neural network with time delay is considered. By using Lyapunov-Lasall principle of functional differential equations, we obtain the criterion of stability based on adaptive control. Finally, we verify our conclusion by numerical simulation.

Keywords

Time-Delayed Neural Network, Synchronization, Lyapunov-Lasall Principle, Adaptive Control, Time-Varying Delay

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 模型描述及预备知识

1988年, L.O. Chua和L. Yang提出了一种新的信息处理系统, 称为细胞神经网络。与神经网络相比, 细胞神经网络有两个特殊的特性: 一是其连续时间特性允许对信号进行实时处理; 第二, 它们的局部互连使细胞神经网络特别适合超大规模集成电路的实现 [1]。1990年, L.O. Chua和T. Roska对一类单向细胞神经网络的稳定性进行了研究。他们认为选择合适的细胞神经网络模板可以解决局部和全局的模式识别问题 [2]。

Cohen-Grossberg神经网络 (CGNNs) 是最重要的神经网络之一。它是由Cohen和Grossberg [3] 在1983年提出的。CGNNs在优化、并行计算、分类、图像处理等领域具有广阔的应用前景 [4-6]。这些应用很大程度上取决于它们的动态行为 [6, 7] 和许多关于CGNNs某些类别的动态问题的有意义的工作是实现的 [4, 8]。近年来, 延迟CGNNs (DCGNNs)的固定时间同步动态也引起了越来越多的关注 [4-7, 9-11]。

2006年, J. Zhou, T.P. Chen和L. Xiang研究了参数未知的耦合混沌系统的时滞同步问题。他们研究了延迟CNN后续同步的问题, 模型如下:

$$\dot{x}(t) = -Cx(t) + Af(x(t)) + Bf(x(t - \tau)) + u. \quad (1.1)$$

然后, 主系统1.1与从系统同步,

$$\dot{y}(t) = -\tilde{C}x(t) + \tilde{A}f(x(t)) + Bf(x(t - \tau)) + u. \quad (1.2)$$

受上述启发, 我们研究了以下时滞神经网络,

$$\dot{x}(t) = -Cx(t) + Af(x(t)) + B \int_{t-\beta(t)}^t f(x(s))ds + J(t). \quad (1.3)$$

其中 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n$ 为 t 时刻神经元关联的状态向量, n 为神经网络的数目; $C = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n)$ 为正定对角矩阵, $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 表示连接权重矩阵, a_{ij} 表示单元格 i 和 j 在 t 时刻的连接强度; $B = (b_{ij})_{n \times n}$ 表示延迟连接矩阵, b_{ij} 表示单元格 i 和 j 在时间 $t - \beta(t)$ 的连接强度; $J = (J_1, J_2, \dots, J_n)^T \in R^n$ 是时间 t 的外部输入向量; $\beta(t) \geq 0$ 为传输延迟; $f(x(t)) = \{f_1(x_1(t)), f_2(x_2(t)), \dots, f_n(x_n(t))\}^T \in R^n$ 表示神经网络系统的激活函数。

在接下来的章节中, 我们将构建Lyapunov函数, 通过添加自适应控制器, 实现系统1.3和系统2.1的自适应同步。最后, 通过一个算例说明了理论结果的有效性。

2. 主要结论

为了研究主系统1.3, 我们构造从系统为:

$$\dot{y}(t) = -C(t)y(t) + A(t)f(y(t)) + B(t) \int_{t-\beta(t)}^t f(y(s))ds + J(t) + \varepsilon(y(t) - x(t)). \quad (2.1)$$

其中, $C(t), A(t), B(t)$ 分别是关于 C, A, B 在1.3上的变量系数参数; ε 是控制器。我们设 $e(t) = y(t) - x(t)$ 为同步误差。那么, $e(t)$ 是从1.3到2.1的误差动态系统。我们假设激活函数 $f_i(x)$ 满足 (A_1) 和 (A_2) :

(A_1) : 对于每个激活函数 f_j , 存在 $k_j > 0$, 使下列不等式成立,

$$|f_j(x_1) - f_j(x_2)| \leq k_j |x_1 - x_2|, j = 1, 2, \dots, n.$$

(A_1^*) : 对于每个激活函数 f_j , 存在 $k_j > 0$, 使得下列不等式成立,

$$0 \leq \frac{f_j(x_1) - f_j(x_2)}{x_1 - x_2} \leq k_j, j = 1, 2, \dots, n.$$

如果满足 (A_1) 或 (A_1^*) , 我们取 $\varepsilon, \hat{c}_i, \hat{a}_{ij}, \hat{b}_{ij} (i = 1, 2, \dots, n)$ 满足以下条件:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i &= -\delta_i \varepsilon_i^2(t) \exp(\mu t), \\ \dot{\hat{c}}_i &= \gamma_i \varepsilon_i(t) y_i(t) \exp(\mu t), \\ \dot{\hat{a}}_{ij} &= -\eta_{ij} \varepsilon_i(t) f_j(y_j(t)) \exp(\mu t), \\ \dot{\hat{b}}_{ij} &= -\rho_{ij} \varepsilon_i(t) \int_{t-\beta(t)}^t f_j(y_j(s)) ds \exp(\mu t), \end{aligned}$$

其中, $e(t) = y(t) - x(t) (i = 1, 2, \dots, n)$, $\mu \geq 0$ 是一个很小的常数, $\delta_i, \gamma_i, \eta_{ij}, \rho_{ij}$ 是任意正常数。我们设 $r_1, r_2 \in [0, 1]$ 为给定常数, 并且

$$h_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (a_{ij} k_j^{2r_1} + a_{ji} k_i^{2(1-r_1)}) + \frac{\beta}{2} \sum_{j=1}^n (b_{ij} k_j^{2r_1} + b_{ji} k_i^{2(1-r_1)}),$$

如果恒有不等式 $-c_i - l_i + \frac{\mu}{2} + h_i < 0$ 成立, 其中 l_i 为给定正常数。那么, 可以实现 1.3 和 2.1 的同步, 并且

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (c_i - \hat{c}_i) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (a_{ij} - \hat{a}_{ij}) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (b_{ij} - \hat{b}_{ij}) = 0, i, j = 1, 2, \dots, n.$$

通过 1.3 和 2.1, 我们可以得到如下的误差系统: 我们构造一个 Lyapunov-krasovskii 函数如下,

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{e_i^2(t) \exp(\mu t) + \frac{1}{\gamma_i} (\hat{c}_i - c_i)^2 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\eta_{ij}} (\hat{a}_{ij} - a_{ij})^2 + \frac{1}{\delta_i} (\varepsilon_i + l_i)^2 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\rho_{ij}} (\hat{b}_{ij} - b_{ij})^2\}. \quad (2.2)$$

然后, 计算 2.2 的导数以及误差系统 $e(t)$,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^n \{e_i(t) \exp(\mu t) \dot{e}_i(t) + \frac{\mu}{2} e_i^2(t) \exp(\mu t) + \frac{1}{\gamma_i} (\hat{c}_i - c_i) \dot{\hat{c}}_i + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\eta_{ij}} (\hat{a}_{ij} - a_{ij}) \dot{\hat{a}}_{ij} \\ &\quad + \frac{1}{\delta_i} (\varepsilon_i + l_i) \dot{\varepsilon}_i + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\rho_{ij}} (\hat{b}_{ij} - b_{ij}) \dot{\hat{b}}_{ij}\} \\ &= \exp(\mu t) \sum_{i=1}^n \{(-c_i - l_i + \frac{\mu}{2}) e_i^2(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} e_i(t) \tilde{f}_j(e_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} e_i(t) \int_{t-\beta(t)}^t \tilde{f}_j(e_j(s)) ds\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

由条件 (A_1) , 我们可以得到

$$|\tilde{f}_j(e_j(t))| = |f_j(y_j(t)) - f_j(x_j(t))| \leq k_j |y_j(t) - x_j(t)| = k_j |e_j(t)|,$$

那么

$$\dot{V}(t) \leq \exp(\mu t) \sum_{i=1}^n \{(-c_i - l_i + \frac{\mu}{2}) e_i^2(t) + \sum_{j=1}^n |a_{ij} e_i(t) \tilde{f}_j(e_j(t))| + \sum_{j=1}^n |b_{ij} e_i(t) \int_{t-\beta(t)}^t \tilde{f}_j(e_j(s)) ds|\}. \quad (2.4)$$

注意到

$$|k_j e_i(t) e_j(t)| \leq \frac{1}{2} (k_j^{2r_1} e_i^2(t) + k_j^{2(1-r_1)} e_j^2(t)),$$

因此

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &\leq \exp(\mu t) \sum_{i=1}^n (-c_i - l_i + \frac{\mu}{2} + h_i) e_i^2(t) \\ &\leq 0.\end{aligned}$$

显然 $\dot{V}(t) = 0$, 当且仅当 $e(t) = 0$ 时。这意味着集合 $F = \{e(t) = 0, \varepsilon = \varepsilon_0 | e(t), \varepsilon \in R^{n \times n}\}$ 是包含当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V} = 0$ 的最大不变集。因此, 根据著名的李雅普诺夫稳定性原理, 系统(3)的轨道渐近收敛于集合 F 。因此, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $e \rightarrow 0$ 并且 $\hat{c}_i, \hat{a}_{ij}, \hat{b}_{ij} \rightarrow \varepsilon_0$ 。与此同时, 参数 $\hat{c}_i, \hat{a}_{ij}, \hat{b}_{ij}$ 也将渐近地趋近于 c_i, a_{ij}, b_{ij} [12-16]。证毕。

3. 数值模拟

在本节中, 我们通过一个数值模拟的例子来论证我们的结论。

例3.1

考虑以下带有时滞积分项的神经网络,

$$\dot{x}_i(t) = -c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} \int_{t-\beta(t)}^t f_j(x_j(s)) ds, \quad (3.1)$$

其中 $i = 1, 2$, 并且有

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0.17 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1.5 & -0.1 \\ -0.2 & -2.5 \end{pmatrix}.$$

带有时滞积分项的神经网络3.1表现出混沌行为, 取初始值 $x_1(t) = -0.01, x_2(t) = 0.01, t \in [0, 1]$ 。从系统:

$$\dot{y}_i(t) = -\hat{c}_i y_i(t) + \sum_{j=1}^n \hat{a}_{ij} f_j(y_j(t)) + \sum_{j=1}^n \hat{b}_{ij} \int_{t-\beta(t)}^t f_j(y_j(s)) ds + \varepsilon_i (y_i(t) - x_i(t)). \quad (3.2)$$

接下来, 我们将验证主要标准的易用性和有效性。为了简单起见, 我们只确定了四个参数 $a_{11} a_{22} b_{11}$ 和 b_{22} 。为方便起见, 我们将它们分别表示为 a_1, a_2, b_1 和 b_2 。为了利用已有的主要结果, 我们需要构造反馈强度再循环规律和参数自适应规律,

$$\begin{aligned}\dot{a}_1 &= -9.22(y_3 - y_1) \tanh(y_1) \exp(0.0065), \\ \dot{a}_2 &= -0.8(y_4 - y_2) \tanh(y_2) \exp(0.0065), \\ \dot{b}_1 &= -9.0(y_3 - y_1) y_{15} \exp(0.0065), \\ \dot{b}_2 &= -1.6(y_4 - y_2) y_{16} \exp(0.0065), \\ \dot{\varepsilon}_1 &= -1.52(y_3 - y_1)^2 \exp(0.0065), \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -1.52(y_4 - y_2)^2 \exp(0.0065),\end{aligned}$$

我们设初始条件如下:

$$\begin{aligned} a_1(0) &= -0.2; & a_2(0) &= 4.5; \\ b_1(0) &= -0.02; & b_2(0) &= 0.8; \\ \varepsilon_1(0) &= -0.1; & \varepsilon_2(0) &= -0.1. \end{aligned}$$

由数值仿真结果表明, 该系统能够成功实现自适应同步和参数辨识(见图 1)。

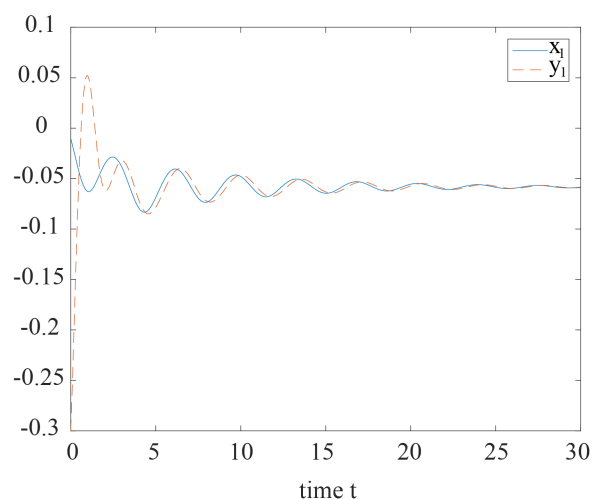


Figure 1. Robust synchronization of FCNN with delays (3.1) and controlled slave system (3.2).

图 1. 带延迟项的FCNN鲁棒同步(3.1) 和从系统(3.2)

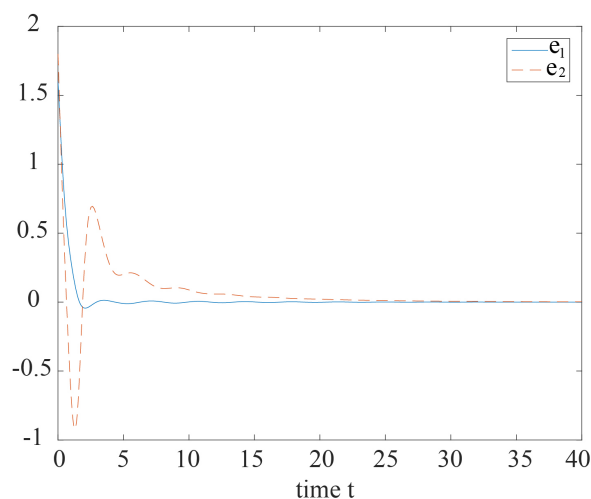


Figure 2. Evolution of synchronization errors $e_1(t), e_2(t)$, asymptotically achieve to 0.

图 2. 同步误差 $e_1(t), e_2(t)$ 趋于0。

同样地, 通过构造反馈强度再循环规律和参数自适应规律, 选择合适的初始条件。我们可以画类似的图表, 如图 2所示, 所以我们省略它们。

参考文献

- [1] Chua, L.O. and Yang, L. (1988) Cellular Neural Networks: Theory. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **35**, 1257-1272. <https://doi.org/10.1109/31.7600>
- [2] Chua, L.O. and Roska, T. (1990) Stability of a Class of Nonreciprocal Cellular Neural Networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **37**, 1520-1527. <https://doi.org/10.1109/31.101272>
- [3] Zhou, Y., Li, C., Chen, L. and Huang, T. (2018) Global Exponential Stability of Memristive Cohen-Grossberg Neural Networks with Mixed Delays and Impulse Time Window. *Neurocomputing*, **275**, 2384-2391. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.11.011>
- [4] Huang, Y., Qiu, S., Ren, S. and Zheng, Z. (2018) Fixed-Time Synchronization of Coupled Cohen-Grossberg Neural Networks with and without Parameter Uncertainties. *Neurocomputing*, **315**, 157-168. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.07.013>
- [5] Wang, X., Fang, J. and Zhou, W. (2019) Controller Design for Fixed-Time Synchronization of Nonlinear Coupled Cohen-Grossberg Neural Networks with Switching Parameters and Time-Varying Delays Based on Synchronization Dynamics Analysis. *Nonlinear Dynamics*, **98**, 2079-2096. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-05309-7>
- [6] Chen, W., Huang, Y. and Ren, S. (2018) Passivity and Robust Passivity of Delayed Cohen Grossberg Neural Networks with and without Reaction-Diffusion Terms. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **37**, 2772-2804. <https://doi.org/10.1007/s00034-017-0693-4>
- [7] Wan, Y., Cao, J., Wen, G. and Yu, W. (2016) Robust Fixed-Time Synchronization of Delayed Cohen-Grossberg Neural Networks. *Neural Networks*, **73**, 86-94. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2015.10.009>
- [8] Zhou, Y., Li, C., Chen, L. and Huang, T. (2018) Global Exponential Stability of Memristive Cohen-Grossberg Neural Networks with Mixed Delays and Impulse Time Window. *Neurocomputing*, **275**, 2384-2391. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.11.011>
- [9] Xiao, J., Zeng, Z., Wu, A. and Wen, S. (2020) Fixed-Time Synchronization of Delayed Cohen Grossberg Neural Networks Based on a Novel Sliding Mode. *Neural Networks*, **128**, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2020.04.020>
- [10] Chen, W., Huang, Y. and Ren, S. (2018) Passivity and Synchronization of Coupled Reaction Diffusion Cohen-Grossberg Neural Networks with State Coupling and Spatial Diffusion Coupling. *Neurocomputing*, **275**, 1208-1218. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.09.063>
- [11] Wang, X., Fang, J. and Zhou, W. (2020) Fixed-Time Synchronization Control for a Class of Nonlinear Coupled Cohen-Grossberg Neural Networks from Synchronization Dynamics Viewpoint. *Neurocomputing*, **400**, 371-380. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.02.111>

- [12] Liu, X., Wu, K. and Zhang, W. (2020) Intermittent Boundary Stabilization of Stochastic Reaction-Diffusion Cohen-Grossberg Neural Networks. *Neural Networks*, **131**, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2020.07.019>
- [13] Qiu, S., Huang, Y. and Ren, S. (2018) Finite-Time Synchronization of Coupled Cohen Grossberg Neural Networks with and without Coupling Delays. *Journal of The Franklin Institute*, **355**, 4379-4403. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2018.04.023>
- [14] Ali, M., Saravanan, S. and Palanisamy, L. (2019) Stochastic Finite-Time Stability of Reaction Diffusion Cohen-Grossberg Neural Networks with Time-Varying Delays. *Chinese Journal of Physics*, **57**, 314-328. <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2018.09.039>
- [15] Wang, D., Huang, L., Tang, L. and Zhuang, J. (2018) Generalized Pinning Synchronization of Delayed Cohen-Grossberg Neural Networks with Discontinuous Activations. *Neural Networks*, **104**, 80-92. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2018.04.006>
- [16] Ren, F., Jiang, M., Xu, H. and Li, M. (2020) Quasi Fixed-Time Synchronization of Memristive Cohen-Grossberg Neural Networks with Reaction-Diffusion. *Neurocomputing*, **415**, 74-83. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.07.071>