

Design and Implementation of Creative Table Based on 3D Modeling

Dongdong Huang*, Li Cheng, Wenya Hu

Wuhan Institute of Technology, Wuhan Hubei
Email: *1652975716@qq.com, 48128253@qq.com, 834442549@qq.com

Received: May 29th, 2018; accepted: Jun. 15th, 2018; published: Jun. 22nd, 2018

Abstract

This paper proposes a set of circular folding table design based on three-dimensional modeling. When the folding table is propped up, the table top is round. When the table legs are flattened, the table top is a solid rectangle. Firstly, the length and width of the rectangle and the height of the table are set. The design scheme analyzes the specific scheme of the folding table by setting up the mathematical model. This process includes the design of the processing parameters and the mathematical description of the edge line of the table leg. Moreover, MATLAB is used to simulate the dynamic change of the folding table. Then, a mathematical model is established as for arbitrary rectangle length, width and table height, and an optimal design scheme is given which can design table with good stability and saving material. Ultimately, a more practical, more beautiful, and more innovative folding table is designed.

Keywords

Mathematical Modeling, MATLAB Dynamic Simulation, Folding Table

基于三维建模的创意桌设计与实现

黄东栋*, 程 莉, 胡文雅

武汉工程大学, 湖北 武汉
Email: *1652975716@qq.com, 48128253@qq.com, 834442549@qq.com

收稿日期: 2018年5月29日; 录用日期: 2018年6月15日; 发布日期: 2018年6月22日

摘 要

本文提出了一套基于三维建模的圆形折叠桌设计方案。折叠桌撑起的时候桌面为圆形, 将桌脚及桌面摊

*通讯作者。

平的时候为实心矩形。该设计方案首先在设定矩形长宽及桌高的前提下,通过建立数学模型,分析折叠桌实现的具体方案,包括设计加工参数、桌脚边缘线数学描述,并用MATLAB仿真折叠桌的动态变化过程。然后对任意矩形长宽和桌高的情况建立数学模型,给出满足稳固性好、用材节约条件的最优设计方案。最终达到可折叠桌更加实用、更加美观、更加创新的设计效果。

关键词

数学建模, MATLAB动态仿真, 折叠桌

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着经济的快速发展,创新变得越发重要,可谓是社会进步不可或缺的一股力量。现今,人们的物质生活变得越来越多元化,也日趋高雅,比如家里桌椅、家具、电器等,不仅需要健全的功能,而且也需要独具创意的设计。

早些年前,市场上就出现了比如折叠沙发、折叠桌椅、折叠床等产品,但大都只是名字上的噱头,并没有充分地体现出实用性、美观性以及创意性。就折叠桌而言,市面上大多数的折叠桌都只有简单的桌脚折叠、桌面对折等,太过单调且无任何创意,本文提出的一套基于三维建模[1]-[6]的创意折叠桌设计方案,摆脱了现有折叠桌椅的一贯诟病,达到了更好的实用性和创意效果。

2. 折叠桌总方案

本文设计的折叠桌桌面呈圆形,桌腿随着铰链的活动可以平摊成一张平板,如图1所示。桌腿由若干根木条组成,分成两组,每组各用一根钢筋将木条连接,钢筋两端分别固定在桌腿各组最外侧的两根木条中心位置上,并且沿木条有空槽以保证滑动的自由度如图2所示,桌子外形由直纹曲面构成,造型美观。

3. 限定条件模型

本章讨论假定长方形平板尺寸为 $120\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 3\text{ cm}$,每根木条宽 2.5 cm ,折叠后桌子高度为 53 cm 的条件下具体设计方案。

因为该折叠桌桌腿两边对称,只需要对一组桌腿进行分析。平放时,钢筋处于滑槽左端点,折叠时钢筋沿着滑槽向桌脚方向移动最终到达滑槽右端点,此时二十根木条形成了一个曲面。建立空间直角坐标系得到木条的动态方程和木条形成的曲面方程,从而来描述折叠桌的动态变化过程,再根据具体的数据计算出滑槽长度。

3.1. 模型建立

3.1.1. 确定滑槽模型

建立以桌面中心为圆心,桌面为 XOZ 平面,垂直桌面为 Y 轴的空间直角坐标系,设第一根木棍与钢筋节点到桌面直径距离为 D_1 , a 为第一个木棍与桌面交点到桌面的直径的距离,滑槽长为 L_n ,如图3所示。



Figure 1. Folding table image
图 1. 桌子折叠效果图



Figure 2. The steel bar and the empty slot position schematic diagram
图 2. 钢筋与空槽位置示意图

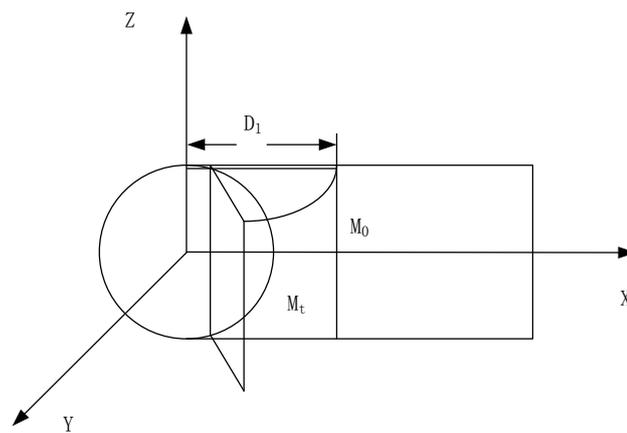


Figure 3. Model diagram
图 3. 模型图

当最外面的木棍绕 Z 轴旋转 t 角度得到旋转面:

$$S: \begin{cases} x = (D_1 - a) \cos t + a \\ y = (D_1 - a) \sin t \end{cases}$$

每根木条上都存在点 $M'(x', 0, z) \in l_i$, 其中 l_i 为任一木条开槽, 旋转后 l_i 与旋转面交点为 M_t , 即有:

$$M_t: \begin{cases} x - a = (D_1 - a) \cos t \\ y = (D_1 - a) \sin t \\ z = z \end{cases}$$

$$M'M_t = ((D_1 - a) \cos t + a - x', (D_1 - a) \sin t, 0)$$

$$x'^2 + z^2 = r^2, \quad (r \text{ 为桌面半径})$$

在第一条木棍与桌面的夹角 t 随着折叠的幅度变大逐渐变大, 当 t 最小时, 桌子平放, MM_t 最小时, 钢筋处于滑槽最低端, MM_t 最大。则滑槽长为:

$$L_n = \max |MM_t| - \min |MM_t| \quad (1 \leq n \leq 10)$$

3.1.2. 确定桌脚模型

因为存在 $M(x, y, z) \in MM_t$, 则由共线向量的性质有:

$$M'M = kM'M_t$$

$$M'M_t = (k((D_1 - a)\cos t + a - x'), k(D_1 - a)\sin t, 0)$$

$$M'M = (x - x', y, z)$$

所以有:

$$\begin{cases} x - x' = k[(D_1 - a)\cos t + a - x'] \\ y = k(D_1 - a)\sin t \end{cases}$$

消去 k 得到桌脚线扫过的曲面方程:

$$\frac{y}{x - x'} = \frac{(D_1 - a)\sin t}{(D_1 - a)\cos t + a - x'}$$

即桌脚线方程为:

$$\begin{cases} x = \sqrt{r^2 - z^2} + k[(D_1 - a)\cos t - \sqrt{r^2 - z^2}] \\ y = k(D_1 - a)\sin t \\ z = 0 \end{cases}$$

3.2. 模型求解

平放时, 钢筋处于木棍中心, 即有:

$$x' = \sqrt{r^2 - z^2} = \sqrt{r^2 - [(10 - n)d]^2}$$

已假定木条宽 $d = 2.5 \text{ cm}$, $r = 25 \text{ cm}$,

因为钢筋处于木棍中心, 即有:

$$a = \sqrt{r^2 - (r - d)^2} = 7.8 \text{ cm}$$

$$D_1 = \frac{60 - a}{2} + a = 33.9 \text{ cm}$$

折叠后, t 达到最大, 桌底部高 = 桌高 - 桌面厚度, 即: $53 - 3 = 50 \text{ cm}$,

$$\sin t = \frac{50}{60 - a} = 0.958$$

将数据带入滑槽模型可以得到第一根到第十根的滑槽长度, 由于桌脚是对称的, 即可得到第十一根到第十九根的滑槽长度, 具体数据见表 1 所示。

Table 1. Slideway length table**表 1.** 滑槽长度表

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
右端点	26.80	26.72	26.54	26.28	25.97	25.61	25.27	25.03	25.09	26.10
左端点	8.93	9.19	9.70	10.48	11.58	13.02	14.90	17.37	20.73	26.10
L_p	17.87	17.53	16.84	15.80	14.39	12.59	10.37	7.66	4.36	0

3.3. MATLAB 仿真

根据确定的滑槽模型以及桌角线模型和确定参数, 通过 MATLAB [7]-[15] 仿真折叠桌折叠过程中的动态效果, 如图 4 所示, 截取了动态效果中的部分图片。

4. 不限条件模型

本章在没有设定条件的情况下讨论。通过得到滑槽左右端点坐标来计算滑槽长度和钢筋位置, 再利用共线向量得到直纹曲面方程和截线方程。再进行板材的优化, 在保证稳固性良好的情况下尽可能的节省材料。

4.1. 模型建立

同样建立图 3 坐标系。不妨设:

桌腿与桌面交点坐标为 $M'(x', 0, z)$, 其中 $x' = f(z)$,

平放时钢筋与木腿交点 $M_0(D_1, 0, z)$,

滑槽中心线的 Z 轴坐标为 z_i ,

滑槽的左右端点分别为 u_i, v_i ,

木条宽度为 d

4.1.1. 确定滑槽模型

最长木腿的折叠角度为 t , 且该木腿与桌面的交点到桌面直径的距离为 a 。旋转后, 钢筋与木腿桌面的交点的距离相对于平放时变大了, 而到底变大了多少则是需要考虑的。为了表示出这个距离, 首先建立一个辅助旋转面方程, 该方程由最长木腿旋转形成, 方程组如下:

$$S: \begin{cases} x = (D_1 - a) \cos t + a \\ y = (D_1 - a) \sin t \\ z = z \end{cases}$$

旋转后与旋转面交点为 M_t , 即有:

$$M_t: \begin{cases} x - a = (D_1 - a) \cos t \\ y = (D_1 - a) \sin t \\ z = z \end{cases}$$

$$M'M_t = ((D_1 - a) \cos t + a - x', (D_1 - a) \sin t, 0)$$

由于折叠幅度的不同滑槽的长度也不同, 首先需要确定 t 的变化范围, 桌子折叠时第一条木腿与地面相交情况如图 5 所示。

由图 5 可看出:

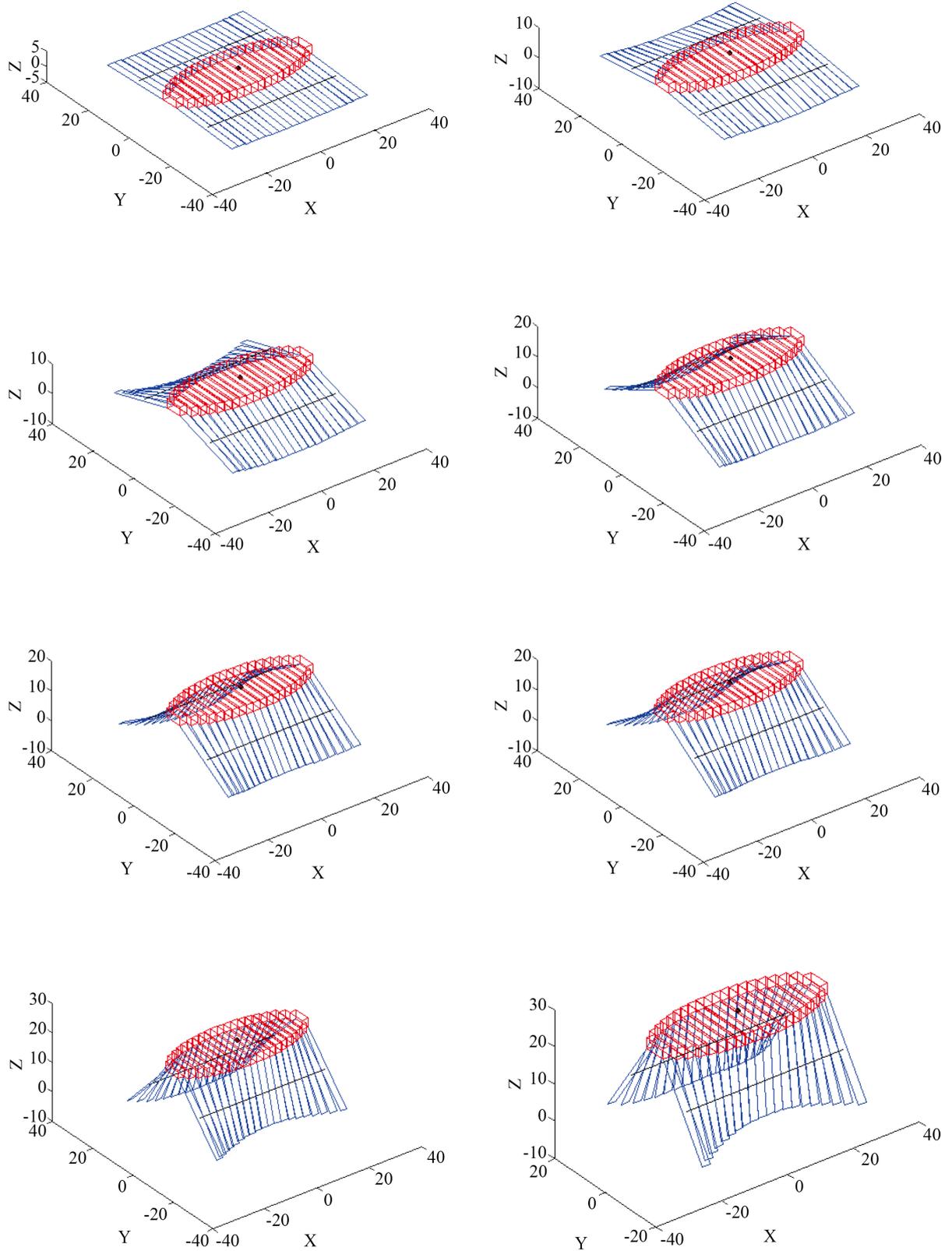


Figure 4. Dynamic effect diagram
图 4. 动态效果图

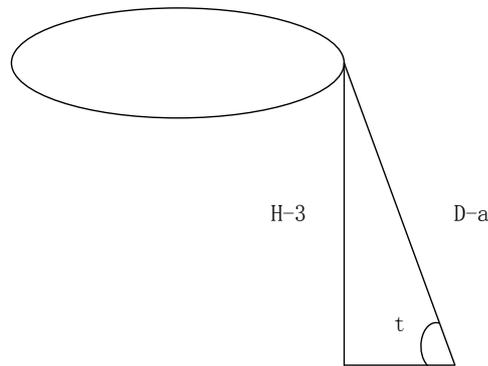


Figure 5. Leg-ground intersection diagram
图 5. 木腿与地面相交情况图

$$\sin t = \frac{H-3}{\frac{L}{2}-a}$$

其中 H 为桌子高度, L 为平板长度, 假定厚度 $d = 3 \text{ cm}$ 。

设 $0 \leq t \leq t_0$, 则:

$$t_0 = \arcsin \frac{H-3}{\frac{L}{2}-a}$$

即:

$$0 \leq t \leq \arcsin \frac{H-3}{\frac{L}{2}-a}$$

当桌子折叠 0 度时, 钢筋处于滑槽上端点, MM_i 最小, t_0 最大时, 钢筋到达下端点, MM_i 最大。不妨设:

$$\partial(t) = |MM_i| = \sqrt{(D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(x' - a) \cos t + (x' - a)^2}$$

对任意一根桌腿来说, 其滑槽的左右端点可以通过 $f(t)$ 的极差来求解。其平放时的示意图如图 6 所示: 此时滑槽的长度可以由 $v_i - u_i$ 算出, 其滑槽端点公式为:

$$v_i = \partial(t_0) = \sqrt{(D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(f(z_i) - a) \cos t_0 + (f(z_i) - a)^2}$$

$$u_i = \partial(0) = \sqrt{(D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(f(z_i) - a) + (f(z_i) - a)^2}$$

$$L_p = v_i - u_i$$

其中 $x' = f(z) = \sqrt{r^2 - z^2}$ 。

为了使桌腿两边对称, 故每一边有 $2p$ 个木条对称分布在 X 轴两边, 如图 7 所示。

在 X 轴上方的木条的滑槽左右端点边与 X 轴重合的木条为第一根, 依次从下向上第 2 根...第 i 根, 其中 $1 \leq i \leq p$, 则:

$$z_1 = \frac{1}{2}d, z_2 = \frac{1}{2}d + d, \dots, z_i = \frac{1}{2}a + (i-1)d$$

由上述公式可以计算出第 i 木条滑槽的左右端点 v_i, u_i 。

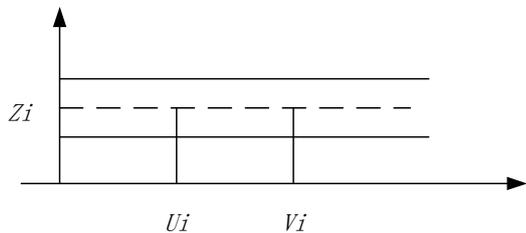


Figure 6. Schematic diagram when laying flat
图 6. 平放时示意图

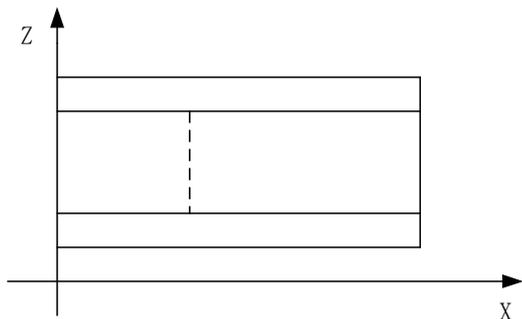


Figure 7. Table leg schematic diagram
图 7. 桌腿示意图

4.1.2. 确定桌脚模型

当折叠到 t 角度时直纹曲面方程为 $\sum t$, 存在 $M(x, y, z) \in \sum t$, 则过 M 作 xoy 平面的平行平面 α , 则 α 与 xOz 平面和直线 l_1 分别有交点 M', M_0 , 过 MM_0 的直线与柱面由交点 M_t , 即 M, M', M_t 在同一直线上。则:

$$MM_t = \lambda M'M_0$$

带入各点坐标得:

$$\begin{cases} x - x' = \lambda(D_1 - a)\cos t + a - x' \\ y = \lambda(D_1 - a)\sin t \end{cases}$$

消去 λ , 得到曲面方程:

$$\frac{y}{x - x'} = \frac{(D_1 - a)\sin t}{(D_1 - a)\cos t + a - x'}$$

当 $y = y_0$, 得到截痕方程:

$$\frac{y_0}{x - \sqrt{r^2 - z^2}} = \frac{(D_1 - a)\sin t}{(D_1 - a)\cos t + a - \sqrt{r^2 - z^2}}$$

当 $t = 0$ 时, 曲面即为平面;

当 $t = t_0$ 时, 得到曲面:

$$\sum t_0: \frac{y}{x - \sqrt{r^2 - z^2}} = \frac{(D_1 - a)\sin t}{(D_1 - a)\cos t + a - \sqrt{r^2 - z^2}}$$

在范围 $[0, t_0]$ 中取不同的值, 可以得到相应的曲面。

4.2. 目标优化

首先考虑稳定性，旋转后形成由桌面、最外的两条桌腿、中间木条和钢筋所组成的立体图如图 8 所示。

将上图的桌腿沿着钢筋方向平移与第一根木棍相交形成三角形。其中 l 为第一个木条的左端点到钢筋的距离，由余弦定理得：

$$l^2 = (D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(r - a) \cos t + (r - a)^2$$

$$l = \sqrt{(D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(r - a) \cos t + (r - a)^2}$$

要使三角形稳定，只需 $J_1: l = D_1 - a$ ，即等腰三角形稳定性好，即：

$$\sqrt{(D_1 - a)^2 - 2 * (D_1 - a)(r - a) \cos t + (r - a)^2} = D_1 - a$$

解得：

$$D_1 = a + \frac{r - a}{\cos t}$$

其中： $0 < l < D - r$ ， D 为平放时桌脚到直径的距离。

在折叠桌稳固的前提下，考虑材料的节省。半边板材面积： $J_2: W = 2rD = 2r \left(\frac{h-3}{\sin t} + a \right)$

由于节省指标 J_2 与稳固指标 J_1 不一致，所以将稳固性排在第一位，在稳固性满足的条件下尽可能的节省材料。

第一步：给定初始角度 t_1 ，代式子 $D_1 = a + \frac{r - a}{\cos t}$ ，若有解，得到 D_{11} ；

第二步：给定一个变化角度 Δt ，则由 $t_2 = t_1 + \Delta t$ ，代入 $D_1 = a + \frac{r - a}{\cos t}$ ，若有解，得到 D_{12} ；

...

重复上面步骤，直到无解，此时得到的参数为最优值。其中 $0 < t < 90$ 。

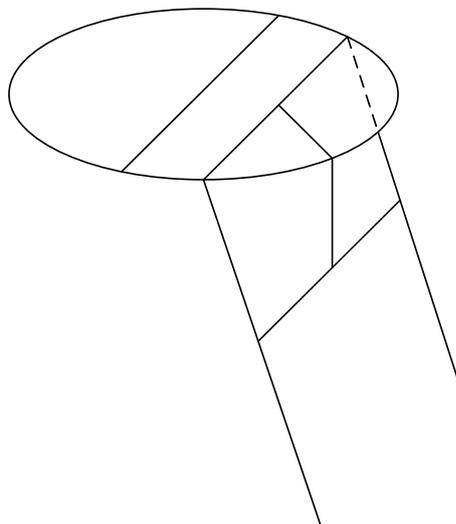


Figure 8. Schematic diagram of stereogram

图 8. 立体图示意图

5. 总结

本文给出了一款非常具有创意的折叠桌设计方案。该方案首先在限定材料尺寸和桌高前提下,通过建立数学模型,分析折叠桌实现的具体方案,确定具体模型,并用 MATLAB 仿真。然后对不限定材料尺寸等条件的情况建立数学模型,给出满足稳固性好、用材节约条件的最优设计方案。本文给出的折叠桌设计方案实用性强、外形美观、独具创新,具有很好的推广价值。

参考文献

- [1] 董晴. 对高等数学建模最优化理论的探究[J]. 科技资讯, 2015(25): 236-237.
- [2] 秦小莉. 数学建模中的最优化理论探讨[J]. 剑南文学, 2010(5): 143.
- [3] 于庆年. 数学与数学建模[J]. 辽宁财专学报, 2001(6): 53-55.
- [4] 姜启源. 数学实验与数学建模[J]. 数学的实践与认识, 2001(5): 613-617.
- [5] 郭文艳, 赵凤群. 数学建模及 Matlab 软件在矩阵运算教学中的应用[J]. 大学数学, 2013(4): 87-90.
- [6] 李晓非. 数学建模实验与数学创新能力的培养[J]. 内江科技, 2005(4).
- [7] 于润伟. Matlab 基础及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [8] 刘奕麟, 霍彪, 刘昱. MATLAB 软件在数学建模中的应用[J]. 信息与电脑, 2016(17): 110-111.
- [9] 吴新华. Matlab 软件在数学建模中的应用[J]. 萍乡高等专科学校学报, 2012(3): 67-70.
- [10] 郭文艳, 赵凤群. 数学建模及 Matlab 软件在矩阵运算教学中的应用[J]. 大学数学, 2013(4): 87-90.
- [11] 徐秀华. Matlab 软件在数学建模中的应用[J]. 科技与生活, 2010(13): 160-160, 155.
- [12] 魏春艳, 郎晓林. MATLAB 在数学建模中的应用[J]. 洛阳师范学院学报, 2007(5).
- [13] 张璉. 浅谈应用 Matlab 的数学建模技术[J]. 福建电脑, 2005(10): 59-60.
- [14] 张嘉炜. Matlab 在数学建模中的应用[J]. 课程教育研究, 2017(4): 219.
- [15] 华颖. MATLAB 软件在数学建模中的应用[J]. 价值工程, 2013(26).

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2324-7991, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>
期刊邮箱: aam@hanspub.org