

高速铁路路基不均匀沉降对双块式无砟轨道平顺性的影响

周小帆¹, 尤明熙², 郭宇^{1*}

¹内蒙古大学交通学院, 内蒙古 呼和浩特

²中国铁道科学研究院集团有限公司基础设施检测研究所, 北京

收稿日期: 2022年10月25日; 录用日期: 2022年11月8日; 发布日期: 2022年11月16日

摘要

受土质不均、地下水位变化、近接施工及其他路基病害影响, 路基不均匀沉降不可避免。高速铁路路基沉降会导致轨道几何形态恶化, 产生轨道不平顺, 进而加剧列车与轨道系统的动力相互作用, 影响列车运营品质及线路服役质量。对于整体性好、刚度高的双块式无砟轨道, 局部路基不均匀沉降可能导致轨道发生非协调性变形, 混凝土轨道结构与路基间形成路基支承不连续的“脱空区”。本文提出了一种考虑非线性路基支承的半解析法用于计算局部路基沉降引起的双块式轨道几何不平顺, 在此基础上分析了沉降波长和幅值对轨道变形规律的影响。结果表明, 路基不均匀沉降极易引起上部结构的非协调变形, 使轨道局部失去路基支承, 且对于一定的路基沉降波长, 沉降幅值的增大会显著加剧轨道几何形态的恶化, 随着沉降幅值增大到一定程度, 轨道变形最终维持在一个稳定的水平。就沉降引起的轨道不平顺范围而言, 较路基不均匀沉降波长呈轻微扩散, 且几乎不受沉降幅值的影响。

关键词

路基不均匀沉降, 双块式无砟轨道, 轨道平顺性, 非协调变形

Effect of Uneven Subgrade Settlement in High-Speed Railway on Double-Block Ballastless Track Regularity

Xiaofan Zhou¹, Mingxi You², Yu Guo^{1*}

¹Institute of Transportation, Inner Mongolia University, Hohhot Inner Mongolia

²Infrastructure Inspection Research Institute, China Academy of Railway Sciences, Beijing

Received: Oct. 25th, 2022; accepted: Nov. 8th, 2022; published: Nov. 16th, 2022

*通讯作者。

Abstract

The uneven subgrade settlement is inevitable due to the influence of subgrade disease such as uneven soil quality, variation of underground water level and adjacent construction. The subgrade settlement of high-speed railway will lead to the deterioration of track geometry, resulting in track irregularities, which will further aggravate the dynamic interaction between train and track system. The quality of train operation and the service performance of the railway line are affected as a result. For the double-block ballastless track with superior integrity and high rigidity, uneven subgrade settlement may lead to uncoordinated deformation of the track, and the "hanging area" with discontinuity subgrade support is generated between the concrete track layer and the soil subgrade. A semi-analytical method considering nonlinear subgrade support is proposed to calculate the track irregularity caused by the uneven subgrade settlement, and the influence of the settlement wavelength and the amplitude on the track deflection is analyzed. Results show that the uneven subgrade settlement is prone to cause uncoordinated deformation of the upper structure, resulting in "hanging areas" between the track and the subgrade. For a certain subgrade settlement wavelength, the increase of the settlement amplitude significantly aggravates the deterioration of track geometry. With the increase of the settlement amplitude, the track deflection finally remains at a stable level. In terms of the range of the track deflection caused by the settlement, it is slightly larger than the settlement section and hardly affected by the settlement amplitude.

Keywords

Uneven Subgrade Settlement, Double-Block Ballastless Track, Track Regularity, Incompatible Deformation

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

与桥梁和隧道相比,土质路基的承载力和稳定性相对较低,对动荷载、水蚀等环境因素的敏感性高,因此在土质路基上铺设铁路时要充分考虑到路基变形,尤其是不均匀变形。工程实践表明,受土体性质不均匀、地下水开采等影响,铁路沿线路基不均匀沉降时有发生[1]。一旦路基出现不均匀沉降,其上部轨道结构由于自重作用随之变形,产生轨道几何不平顺及结构附加应力。特别是对于无砟轨道,由于混凝土结构的高刚度,极易出现与路基间的非协调性变形,形成路基支承不连续的脱空区域。轨道几何形态和路基支承状态的双重恶化会加剧轮轨相互作用,影响列车运行质量,而列车速度、轴重和运量的增加又会导致轨道状态的恶化。同时,限于无砟轨道有限的可调空间,一旦变形超过极限,处理难度将显著增加,这使得路基不均匀沉降的控制成为土质路基上铺设无砟轨道的关键问题[2]。

长期以来,针对铁路路基沉降的研究多侧重于沉降监测、沉降分布规律及具体防治措施,路基沉降与对轨道结构平顺性影响方面的研究相对较少[3]。同济大学周顺华团队针对传统的有砟轨道,通过设计室内试验及数值模拟等方法,研究了路基不均匀沉降与有砟轨道沉降变形的相关关系,证明路基不均匀沉降在一定情况下会引发轨枕空吊现象[4] [5] [6]; Sun 等采用迭代的方法推导了道床不均匀沉降与钢轨变形的传递规律,分析了不同沉降波长下的轨枕空吊临界波深[7]。

针对高速铁路无砟轨道, 赵坪锐指出, 自重作用下无砟轨道存在不能与路基局部变形保持良好跟随性而产生空吊的现象, 在列车通过时形成动力型不平顺[8]; 蔡小培等利用有限元软件模拟了路基不均匀沉降作用下的无砟轨道系统变形特征, 探讨了特定条件下轨道与路基间不协调变形的规律[9]; 赵国堂则对无砟轨道-路基变形计算模型进行了探讨, 提出了一系列具体建模原则[10]; Jiang 等利用实尺试验台对路基不均匀沉降引起的 CRTS II 型板式无砟轨道几何变形和附加应力开展了研究[11]; 郭宇等开展了轨道自重作用下路基局部变形与无砟轨道结构平顺性间的映射关系研究[12] [13]。在前期研究的基础上, 本文针对双块式无砟轨道的结构特性, 提出一种便捷的计算模型用以确定路基不均匀沉降引起的无砟轨道几何不平顺。模型采用半解析法进行求解, 可高效地计算出因路基不均匀沉降引起的轨道几何变形, 并获取轨道和路基间因非协调性变形导致的“脱空区”位置。

2. 双块式无砟轨道-路基力学模型

2.1. 双块式无砟轨道的模拟

双块式无砟轨道已在我国多条高速铁路线路上投入使用。系统自上而下由钢轨、高弹性扣件、双块式轨枕、混凝土道床板以及水硬性混凝土支承层等组成, 图 1 为双块式无砟轨道系统结构示意图。

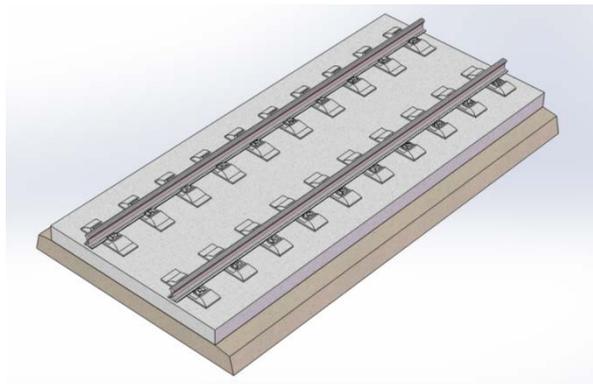


Figure 1. Structural diagram of double-block ballastless track
图 1. 双块式无砟轨道结构示意图

通常将纵向混凝土轨道层简化为多层复合梁, 由于双块式轨道的整体性强, 将道床板和支承层等效为单一材料的混凝土层, 其截面如图 2 所示。

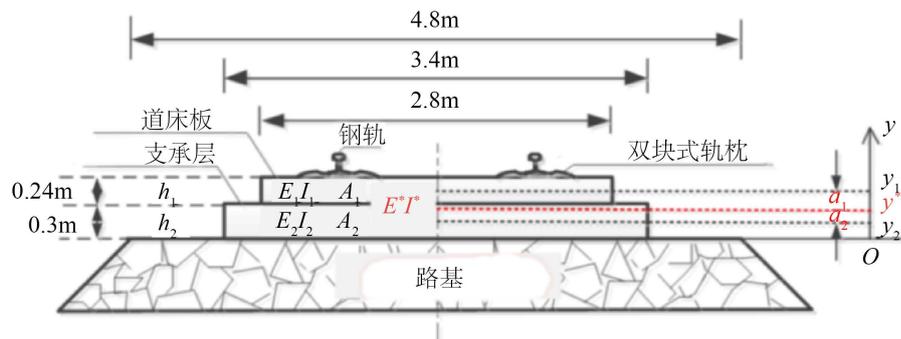


Figure 2. Cross-section sketch of double-block ballastless track
图 2. 双块式无砟轨道截面图

道床板和支承层等效截面的形心位置计算如下:

$$y^* = \frac{A_1 y_1 n + A_2 y_2}{A_1 n + A_2} \quad (1)$$

式中, A_1 、 A_2 分别为道床板和支承层的截面积; y_1 、 y_2 分别为道床板和支承层截面的形心位置; E_1 和 E_2 分别为道床板和支承层的弹性模量; n 为弹性模量比例系数, 其中 $n = E_1/E_2$ 。

根据材料力学中的等效截面法, 道床板和支承层叠合之后的等效抗弯刚度可以描述如下:

$$E^* I^* = \left(\frac{1}{12} n A_1 h_1^2 + n A_1 a_1^2 + \frac{1}{12} A_2 h_2^2 + A_2 a_2^2 \right) E_2 \quad (2)$$

式中, a_1 和 a_2 分别为道床板和支承层截面形心到等效截面形心的距离; h_1 、 h_2 分别为道床板和支承层的厚度。

2.2. 考虑不均匀沉降的轨道-路基模型

本节基于非线性 Winkler 弹性地基梁理论, 建立了考虑路基不均匀沉降的双块式无砟轨道-路基模型如图 3 所示。在模型中, 用简支梁来模拟钢轨和由道床板/支承层构成的混凝土结构层, 并通过一系列离散弹簧相连, 用来描述实际弹性扣件的布置。路基模拟为 Winkler 连续弹性地基。由于实际中混凝土层下方的路基不提供抗拉作用, 因此采用无拉力弹簧来模拟路基支撑。

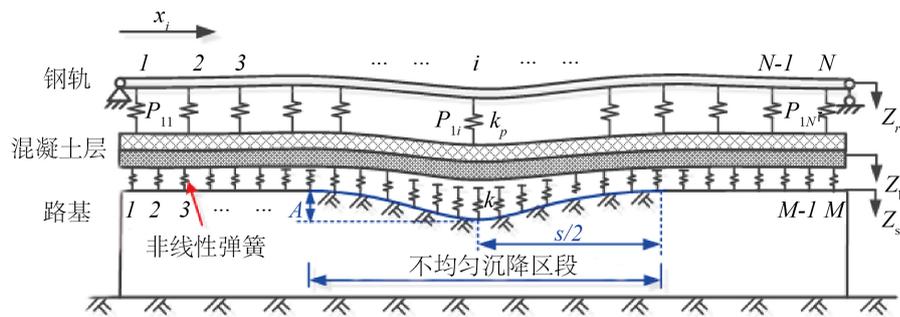


Figure 3. Double-block ballastless track-subgrade mechanical model with uneven settlement
图 3. 考虑路基不均匀沉降的双块式无砟轨道-路基力学模型

在以往的研究中, 路基不均匀沉降一般设定为关于振幅和波长的函数, 采用全波凹型余弦曲线来描述, 如图 3 所示。因此, 路基沿轨道各节点的位移(Z_b)表示如下:

$$Z_{si} = \begin{cases} \frac{A}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi x_i}{s} \right), & \left(\frac{l}{2} - \frac{s}{2} < x_i < \frac{l}{2} + \frac{s}{2} \right) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中, l 为轨道的计算长度; x_i 为沿轨道第 i 个节点的坐标; s 为沉降波长; A 为沉降幅度。

在自重和离散弹簧附加力的作用下, 每个节点的钢轨位移(Z_r)和混凝土层位移(Z_b)可描述为:

$$\begin{cases} Z_{ri} = -\sum_{j=1}^N w_{ij}^{(1)} P_{1j} + f_i^{(1)} \cdot q_r & (i=1 \sim N) \\ Z_{bi} = \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(2)} P_{1j} - \sum_{j=1}^M w_{ij}^{(2)} P_{2j} + f_i^{(2)} \cdot q_b & (i=1 \sim M) \end{cases} \quad (4)$$

式中, N 为扣件弹簧的数量; M 为路基弹簧的数量; P_{1j} 为第 j 个扣件弹簧反力; P_{2j} 为第 j 个路基弹簧反力; q_r 为单位长度钢轨的重力; q_b 为单位长度混凝土层的重力; w_{ij} 为节点 j 上的单位力引起的节点 i 上的

相应位移; f_i 为节点 i 处因施加在梁上的单位均布荷载引起的相应位移。

对于简支梁, w_{ij} 和 f_i 可以通过方程(5)和(6)计算:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{b_j x_i}{6EI} (l^2 - x_i^2 - b_j^2), & (i \leq j) \\ \frac{b_j}{6EI} \left[\frac{l}{b_j} (x_i - a_j)^3 + (l^2 - b_j^2) x_i - x_i^3 \right] & (i > j) \end{cases} \quad (5)$$

$$(a_j = x_j, b_j = l - x_j)$$

$$f_i = \frac{x_i}{24EI} (l^3 - 2lx_i^2 + x_i^3) \quad (6)$$

各扣件弹簧节点和路基弹簧节点处的弹簧反力可表示为:

$$\begin{cases} P_{1i} = k_p (Z_{ri} - Z_{bi}) & (i = 1 \sim N) \\ P_{2i} = kC (Z_{bi} - Z_{si}) & (i = 1 \sim M) \end{cases} \quad (7)$$

式中, k_p 和 k 分别为扣件弹簧和路基弹簧的刚度; C 为表示混凝土层和路基之间接触状态的常数:

$$C = \begin{cases} 1, & (Z_{bi} > Z_{si}) \\ 0, & (Z_{bi} \leq Z_{si}) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)表明, 当某一节点处混凝土层的位移小于路基的变形时, 无砟轨道将与路基局部失去接触。此设置可用于反映混凝土轨道结构与土质路基间的非紧密联结。

结合式(4)和式(7), 轨道几何变形与路基沉降之间的关系可描述如下:

$$\begin{cases} \left(1 + \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(1)} k_p\right) Z_{ri} - \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(1)} k_p Z_{bi} = f_i^{(1)} \cdot q_r \\ -\sum_{j=1}^N w_{ij}^{(2)} k_p Z_{ri} + \left(1 + \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(2)} k_p + \sum_{j=1}^M w_{ij}^{(2)} kH\right) Z_{bi} \\ = f_i^{(2)} \cdot q_b + \sum_{j=1}^M w_{ij}^{(2)} kHZ_{si} \end{cases} \quad (9)$$

2.3. 计算方法

将方程(9)组合为矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} + k_p \mathbf{W}_1 & -k_p \mathbf{W}_1 \\ -k_p \mathbf{W}_2 & \mathbf{E} + k_p \mathbf{W}_2 + kC \cdot \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \mathbf{Z}_r \\ \mathbf{Z}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_r \mathbf{F}_1 \\ q_b \mathbf{F}_2 + kC \cdot \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{Z}_s \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式中, \mathbf{E} 为单位矩阵; \mathbf{Z}_r 、 \mathbf{Z}_b 、 \mathbf{Z}_s 分别为 Z_r 、 Z_b 、 Z_s 的向量形式; \mathbf{W} 、 \mathbf{F} 、 \mathbf{H} 分别为 w_{ij} 、 f_i 、 H 的矩阵形式。

采用逐次逼近法求解超静定结构。计算流程图如图4所示。

求解方法由以下步骤组成:

- 1) 在沉降初始阶段, 假定无砟轨道的混凝土层与路基完全接触, 因此接触矩阵 C 等于单位矩阵。
- 2) 根据给定的路基不均匀沉降设置初始路基位移 Z_s , 求解公式(10)以获得轨道位移 Z_r 和 Z_b 。
- 3) 通过方程(8)更新接触矩阵 C , 并重新计算方程(10)。
- 4) 重复步骤(2)和(3), 直到接触矩阵不再变化, 即视为迭代结束。

通过上述半解析方法, 可以有效确定沉降引起的轨道不平顺和轨道与路基之间的接触状态。

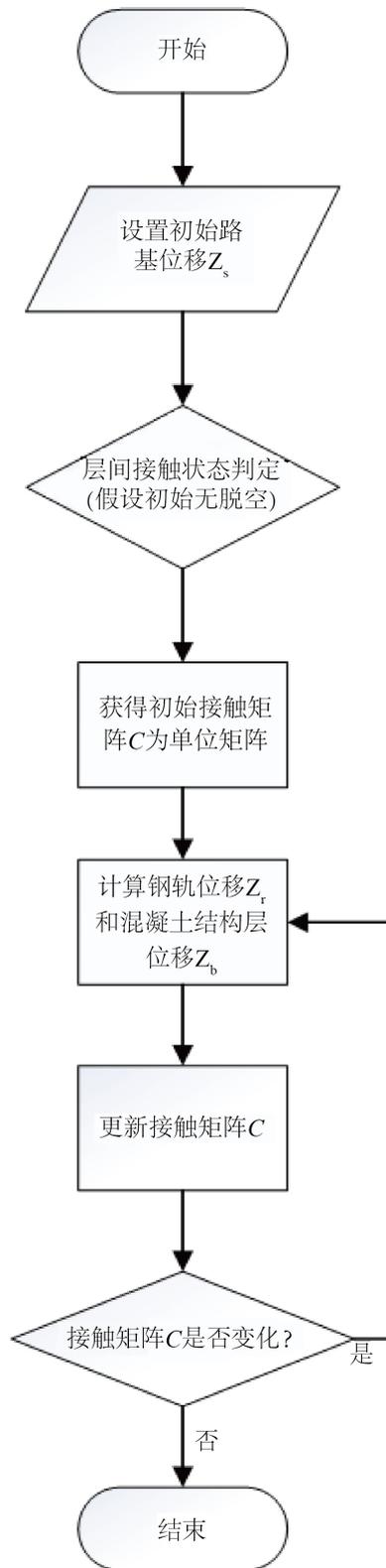


Figure 4. Flow diagram of track deflection computation

图 4. 轨道变形计算流程图

3. 路基不均匀沉降对轨道平顺性的影响

3.1. 计算参数

利用上述模型, 分析路基不均匀沉降对轨道平顺性的影响。表 1 列出了双块式无砟轨道的具体参数 [14]。

Table 1. Parameters of double-block ballastless track on subgrade

表 1. 双块式无砟轨道参数

参数名称	数值	单位
轨道截取长度	100	m
钢轨弹性模量	2.059×10^{11}	Pa
钢轨每延米质量	60.64	kg
钢轨截面惯性矩	3.217×10^{-5}	m^4
钢轨垫板刚度	2.5×10^7	N
钢轨扣件间距	0.65	m
道床板弹性模量	3.6×10^{10}	Pa
道床板密度	2500	kg/m^3
支承层弹性模量	2.55×10^{10}	Pa
支承层密度	2400	kg/m^3
路基支承刚度	1.9×10^8	Pa/m

3.2. 轨道几何变形特征

图 5 显示了因路基不均匀沉降引起的轨道几何变形特征, 路基沉降波长和幅值分别取 10 m 和 10 mm。从图中可以看出, 由于轨道自重的影响, 其结构会随路基不均匀沉降而下沉, 由此产生轨道不平顺。然而, 由于双块式轨道具有较高的刚度和整体性, 并不总是与路基产生完全一致的跟随性变形, 致使轨道与路基失去接触。如图 5 所示, 沉降中心区轨道几何变形幅值仅为 4.64 mm, 远小于 10 mm 的沉降幅值, 整体上沉降区段内出现了大范围脱空区, 沿线路方向达到 7.31 m。此外, 沉降区外的轨道上出现两处微小的拱形区域, 在此区域内无砟轨道和路基之间存在轻微离缝, 见图 5 中部分放大区域。从图中可见, 沉降引起的轨道不平顺波长相对于沉降波长略有扩散。随着列车运行速度和轴重的增加, 列车在由路基不均匀沉降引起的轨道不平顺区段行驶时可能会产生异常的动力响应, 对列车-轨道系统的安全构成威胁。

随着轨道几何形态的恶化, 轨道各结构层中的附加应力发生相应变化, 重复的动荷载的作用下又将反过来加速轨道几何形状的恶化。图 6 所示为受路基不均匀沉降影响的扣件弹簧反力和路基弹簧反力沿线纵向的分布情况。从图中可以看出, 不均匀沉降对层间作用力、特别是路基弹簧应力有很大影响。扣件弹簧反力和路基弹簧反力均在沉降段两侧附近出现峰值, 对应轨道几何变形的微小上拱区, 分别为 13.05 kN 和 1.96 kN。此处处于轨道结构与路基脱空区之间的接触区, 轨道重力重分布造成应力集中。虚线上标有 A、B、C 的三个区域对应的路基弹簧反力为 0, 其中 A、C 对应于图 5 中的轨道结构外侧拱形区域, B 对应沉降区中部的大范围脱空区。

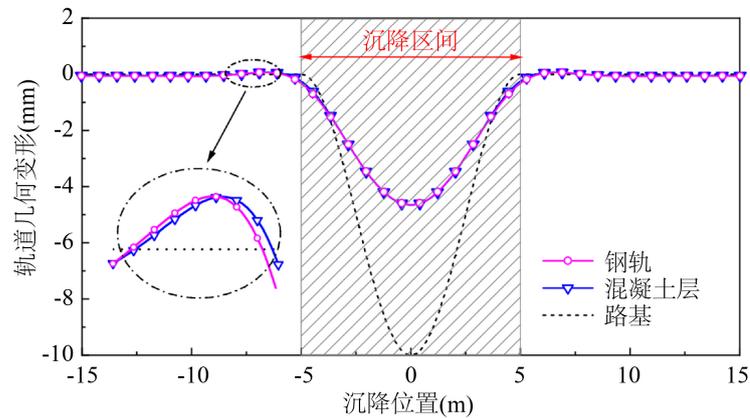


Figure 5. Track deflections of double-block ballastless track induced by the uneven subgrade settlement of 10 mm/10m

图 5. 10 mm/10m 路基不均匀沉降引起的双块式无砟轨道的轨道几何变形图

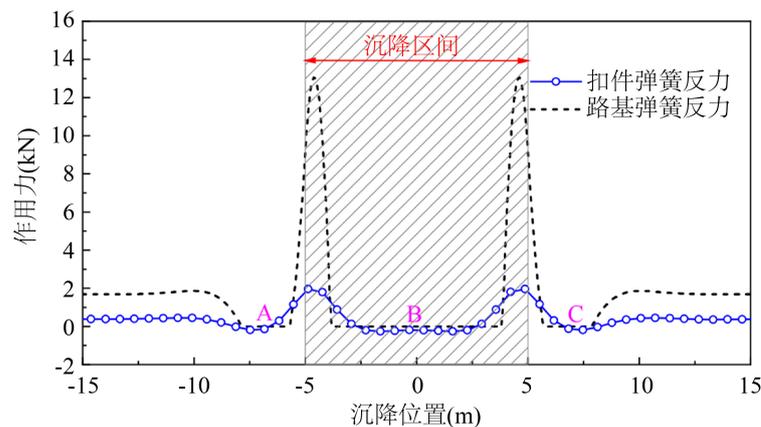


Figure 6. Additional resistances of fastener springs and subgrade springs induced by the uneven subgrade settlement

图 6. 路基不均匀沉降引起的扣件弹簧反力和路基弹簧反力图

为研究不均匀沉降对双块式无砟轨道平顺性的影响，分别对 10 mm~30 mm 和 10 m~30 m 不同幅值和波长的路基沉降进行分析。

3.3. 沉降幅值的影响

图 7 显示了在 10 m 沉降波长下路基沉降幅值对钢轨几何变形的影响。结果表明，随着沉降幅值的增大，相应的钢轨变形量呈增长趋势。当路基沉降幅值由 5 mm 增大到 30 mm 时，钢轨变形幅值从 3.59 mm 增长到 5.86 mm，增幅 63%，沉降区外拱形区域的幅值也有一定程度的增加，可见图 7 中局部放大的区域。然而，钢轨几何形态的变化并不随沉降幅值的增大而线性变化，随着混凝土轨道与土质路基的脱空情况加剧，钢轨变形的幅度明显降低。可以推断，随着路基沉降的进一步发展，上部轨道结构受结构间纵向约束的影响会变形到一个稳定的位置并最终保持在该位置，导致轨道和路基之间形成较大的脱空范围，列车高速运行时造成动力不平顺。

图 8 显示了双块式无砟轨道路基弹簧反力随路基沉降幅值的变化情况。计算中，不均匀沉降波长设定为 10 m，幅值从 5 mm 增大到 30 mm。结果表明，随着沉降幅值的增大，路基弹簧反力逐渐增大，但增长速度呈下降趋势。反力为 0 的脱空区范围也逐渐缩小。最终，当沉降达到一定程度后，轨道与路基

之间的脱空区域几乎不受沉降幅值增大的影响。

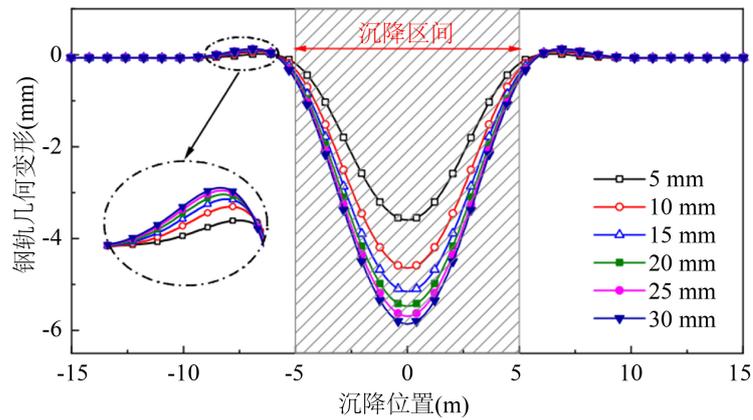


Figure 7. Rail deflection of double-block ballastless track varying with subgrade settlement amplitude.

图 7. 双块式无砟轨道钢轨几何变形随路基沉降幅值变化图

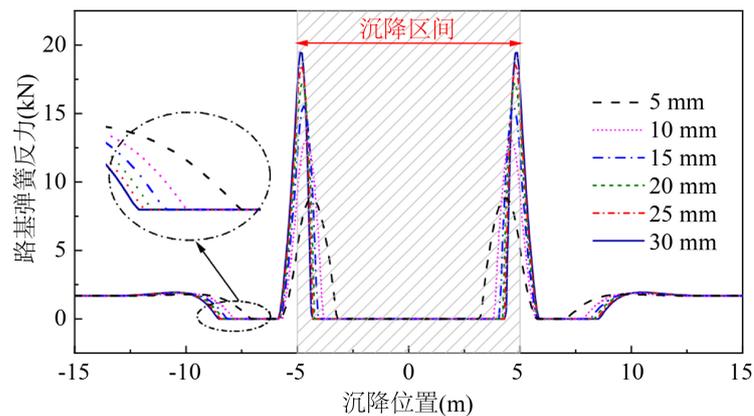


Figure 8. Additional resistances of subgrade springs underneath double-block ballastless track varying with subgrade settlement amplitude

图 8. 双块式无砟轨道路基弹簧反力随路基沉降幅值变化图

3.4. 沉降波长的影响

图 9 显示了在 10 mm 恒定沉降幅值下路基沉降波长对钢轨几何变形的影响。从图中可以看出钢轨几何变形对路基沉降波长有很高的非协调性。当沉降波长为 5 m 时，钢轨几何变形的幅值仅为 0.78 mm，远小于沉降幅值，这使得轨道和路基之间形成了一个明显的空吊。当沉降波长增大到 10 m 时，钢轨几何变形量急剧增加到 4.94 mm。当沉降波长为 15 m 时，钢轨几何变形几乎与路基变形保持一致，与路基沉降的幅值差趋近于 0，沉降区段两侧的钢轨拱区也几乎消除。当沉降波长扩大到 20 m 后，钢轨的几何变形与路基变形基本保持同步。

图 10 为不同沉降波长下的路基弹簧反力分布图。结果表明，路基不均匀沉降影响下的路基弹簧状态主要为两类：一类是分布曲线上的“零区”，即反映轨道与路基间脱空状态的路基弹簧反力，其值为 0，对应的路基沉降波长分别为 5 m、10 m、15 m；另一类是弹簧反力数值均在“零线”以上的情况，表明

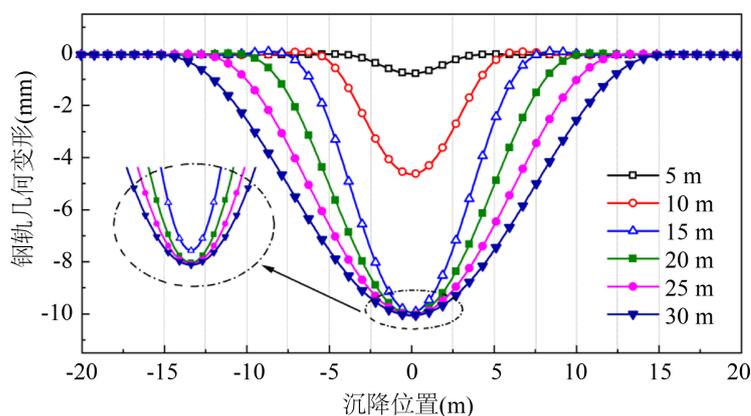


Figure 9. Rail deflection of double-block ballastless track varying with subgrade settlement wavelength

图 9. 双块式无砟轨道钢轨几何变形随路基沉降波长变化图

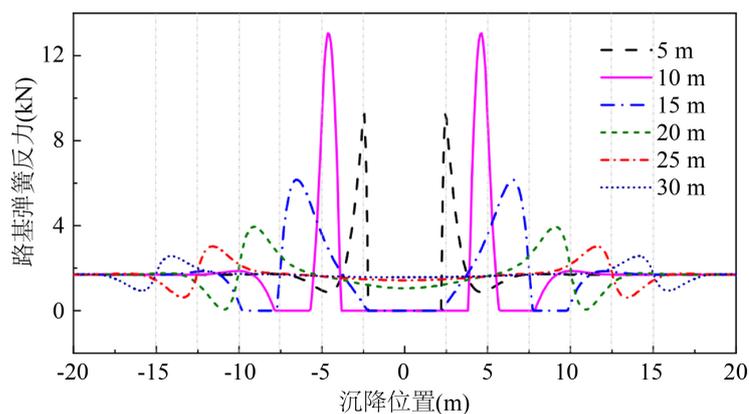


Figure 10. Additional resistances of subgrade springs underneath double-block ballastless track varying with subgrade settlement wavelength

图 10. 双块式无砟轨道路基弹簧反力随路基沉降波长变化图

该位置处轨道下方路基处于受压状态，即轨道受路基稳定支承，无脱空状况，对应的路基沉降波长为 20 m、25 m、30 m。当沉降波长为 10 m 时，对应的路基弹簧反力沿线路纵向起伏最明显，出现了两个显著的波峰和三个“零区”，表明在该种路基不均匀沉降波形下产生的轨道结构重力重分布最为严重。在路基沉降波长处于 5 m~15 m 范围内时，随着沉降波长的变化，路基弹簧反力幅值先增大后减小，之后随着沉降波长扩展到 20 m 后，反力的“零区”及轨道-路基脱空区逐渐消失，路基弹簧反力的波动程度开始减弱。这说明沉降波长越大，轨道结构所受的附加应力越小。

4. 结论

本文在考虑轨道自重和路基非连续支承的基础上，提出了一种描述路基不均匀沉降与轨道几何变形相关关系的半解析方法。研究了沉降波长和沉降幅值对双块式无砟轨道不平顺特性的影响。可以得到以下结论：

1) 路基不均匀沉降往往会引起轨道的变形，从而造成轨道不平顺。对于结构刚度较高的双块式无砟轨道，容易失去连续的路基支承，并在混凝土轨道和土质路基之间形成脱空区。

2) 路基沉降幅值对轨道平顺性有显著影响。沉降幅值的增大往往会导致轨道结构几何形状的严重恶化,而当沉降幅值达到一定程度后,即使脱空高度加剧,轨道几何变形将维持在一定状态。

3) 路基沉降引起的轨道不平顺对沉降波长十分敏感。路基沉降波长的增大将显著增加轨道几何变形与路基变形之间的协调性。

基金项目

内蒙古自治区自然科学基金博士基金(2020BS05001)。

参考文献

- [1] Chen, R.P., Chen, J.M., Zhao, X., *et al.* (2014) Cumulative Settlement of Track Subgrade in High-Speed Railway under Varying Water Levels. *International Journal of Rail Transportation*, **2**, 205-220. <https://doi.org/10.1080/23248378.2014.959083>
- [2] 蔡成标, 翟婉明, 王开云. 遂渝线路基上板式轨道动力性能计算及评估分析[J]. 中国铁道科学, 2006(4): 17-21.
- [3] Tian, S., Tang, L., Ling, X.Z., *et al.* (2020) Field Investigation into the Vibration Characteristics at the Embankment of Ballastless Tracks Induced by High-Speed Trains in Frozen Regions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **139**, Article ID: 106387. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2020.106387>
- [4] Zhou, S.H., Wang, B.L. and Shan, Y. (2020) Review of Research on High-Speed Railway Subgrade Settlement in Soft Soil Area. *Railway Engineering Science*, **28**, 129-145. <https://doi.org/10.1007/s40534-020-00214-x>
- [5] 邹春华, 周顺华, 王炳龙. 有砟轨道路基不均匀沉降引起轨枕空吊的计算方法[J]. 铁道学报, 2013, 35(1): 87-92.
- [6] 邹春华, 周顺华, 王炳龙, 等. 路基不均匀沉降对有砟轨道沉降影响的模型试验[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2011, 39(6): 862-869.
- [7] Sun, Y., Guo, Y., Chen, Z.G., *et al.* (2018) Effect of Differential Ballast Settlement on Dynamic Response of Vehicle-Track Coupled Systems. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **18**, Article ID: 1850091. <https://doi.org/10.1142/S0219455418500918>
- [8] 赵坪锐. 客运专线无砟轨道设计理论与方法研究[D]: [博士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- [9] 蔡小培, 刘薇, 王璞, 等. 地面沉降对路基上双块式无砟轨道平顺性的影响[J]. 工程力学, 2014, 31(9): 160-165.
- [10] 赵国堂. 严寒地区高速铁路无砟轨道路基冻胀管理标准的研究[J]. 铁道学报, 2016, 38(3): 1-8.
- [11] Jiang, H.G., Li, X.L., Xin, G.F., *et al.* (2019) Geometry Mapping and Additional Stresses of Ballastless Track Structure Caused by Subgrade Differential Settlement under Self-Weight Loads in High-Speed Railways. *Transportation Geotechnics*, **18**, 103-110. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2018.10.007>
- [12] 郭宇, 高建敏, 孙宇, 等. 路基沉降与双块式无砟轨道轨面几何变形的映射关系[J]. 铁道学报, 2016, 38(9): 92-100.
- [13] 郭宇, 高建敏, 孙宇, 等. 板式无砟轨道轨面变形与路基沉降的映射关系[J]. 西南交通大学学报, 2017, 52(6): 1139-1147+1215.
- [14] Wang, M.Z., Cai, C.B., Zhu, S.Y., *et al.* (2017) Experimental Study on Dynamic Performance of Typical Nonballasted Track Systems Using a Full-Scale Test Rig. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, **231**. <https://doi.org/10.1177/0954409716634751>