

基于机器学习算法的谐振点漂移的 伺服系统最优谐振抑制

丁玉发, 杨光*

沈阳师范大学数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2021年9月15日; 录用日期: 2021年10月8日; 发布日期: 2021年10月15日

摘要

针对谐振点漂移时的伺服系统谐振抑制问题, 采用在伺服系统中级联一个陷波滤波器的方法对二质量系统的机械谐振进行抑制。首先, 建立二质量系统的数学模型并对谐振机理进行分析, 阐述机械谐振产生的原因; 其次, 利用三分法进行漂移谐振点的在线搜索; 然后, 分析陷波滤波器的原理并利用模拟退火算法确定陷波滤波器的宽度参数和深度参数; 最后, 在确定最优参数的基础上进行实验和系统的鲁棒性分析, 实验结果表明该方法不仅能快速搜索出漂移谐振点、有效抑制谐振, 保持系统的稳定性, 而且避免手动调节参数耗时多的缺陷, 可以准确、快速地抑制漂移谐振点。

关键词

二质量系统, 漂移谐振点, 三分法, 谐振抑制, 模拟退火算法, 鲁棒性, 相角裕度

Optimal Resonance Suppression of Servo System with Resonance Point Drift Based on Machine Learning Algorithm

Yufa Ding, Guang Yang*

College of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang Liaoning

Received: Sep. 15th, 2021; accepted: Oct. 8th, 2021; published: Oct. 15th, 2021

Abstract

In order to suppress the resonance of the servo system when the resonance point drifts, a notch

*通讯作者。

文章引用: 丁玉发, 杨光. 基于机器学习算法的谐振点漂移的伺服系统最优谐振抑制[J]. 传感器技术与应用, 2021, 9(4): 263-273. DOI: 10.12677/jsta.2021.94032

filter is connected in the servo system to suppress the mechanical resonance of the two mass system. Firstly, the mathematical model of two mass system is established, the resonance mechanism is analyzed, and the causes of mechanical resonance are described; Secondly, the online search of drift resonance point is carried out by using the trisection method; Thirdly, the principle of notch filter is analyzed, and the width and depth parameters of notch filter are determined by simulated annealing algorithm; Then, on the basis of determining the optimal parameters, the robustness of the system is analyzed; Finally, based on the determination of the optimal parameters, experiments and system robustness analysis are carried out. The experimental results show that this method can not only quickly search the drift resonance point, effectively suppress the resonance and maintain the stability of the system, but also avoid the defect of time-consuming manual adjustment of parameters, and can accurately and quickly suppress the drift resonance point.

Keywords

Two Mass System, Drift Resonance Point, Trisection, Resonance Suppression, Simulated Annealing Algorithm, Robustness, Phase Margin

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

伺服系统作为工业领域生产加工方面的核心部件目前被广泛应用。伺服系统主要由速度环、电流环以及二质量系统构成,二质量系统又由电机、负载以及他们之间的传动装置连接而成。然而,由于这些传动装置并不都是理想刚性结构,目前大多采用机械负载与旋转电机驱动之间的弹性耦合机械结构。弹性耦合机械结构包含固有的谐振频率,系统在进行高动态动作时可能会产生机械振动[1],导致伺服系统定位精度与响应速度降低,长时间振动会使传动部件转矩过大而受损,降低设备的使用寿命,甚至会使设备报废,产生损失,因此有效抑制机械谐振是十分重要的。

针对抑制谐振问题,现有的文献中有许多办法,这些方法主要有主动和被动两种方式。主动方式主要通过改变设计的控制器的参数或结构抑制机械谐振;被动方式则是在保持系统的其它设计不变的前提下,通过在伺服系统中串联陷波滤波器的方法达到抑制谐振的目的。主动方式主要分为基于PI的反馈控制[2][3]、PI控制[4][5]以及其他许多高级算法[6][7][8]等。利用极点配置设计PI控制器,虽然可以利用改变闭环系统的阻尼系数改善伺服系统的性能[9],但这种方法也存在一定的缺陷。利用模型预测控制器也可以抑制机械谐振,这一方法可以通过对电磁转矩进行预测输出达到目的。这种方法可以抑制机械谐振,但是这种方法具有一定的局限性,这种方法在轴系刚度等电机参数已知的条件下才能使用,而实际上这些参数都是未知的而且又不易辨识,因此在工业领域的应用并不高[10]。

在现有的文献中,学者都是考虑谐振点固定不变时的谐振抑制,本文在此基础上进行深入探究,考虑谐振点漂移时的伺服系统谐振抑制问题。谐振点漂移,是指由于系统长时间运行,决定谐振频率的参数会出现不确定的变化,导致真实的谐振点偏移原来位置,变化到另一个位置。本文基于这一实际背景,提出了一种新的方法对漂移谐振点进行谐振抑制。

当系统长时间运行时,伺服系统的刚度系数会发生变化,进而导致谐振点发生漂移。当谐振点漂移时,谐振频率也就发生改变,原有的抑制谐振方法失效,需要重新设计抑制方法。由文献[11]可知,当二质量系统的谐振频率接近伺服系统速度开环的穿越频率时,辨识得到的电机振荡分量的频率可能会与伺

服系统速度开环的穿越频率重叠, 进而使其与真实的谐振频率之间出现偏差。于是, 利用传统的陷波滤波器就不能达到预期的谐振抑制效果, 因此需要对漂移谐振点进行在线搜索, 再利用陷波滤波器对漂移谐振点进行抑制。本文首先利用三分法在线搜索漂移的谐振点, 然后利用机器学习算法中的模拟退火算法选择陷波滤波器的最优参数, 最后分析伺服系统的鲁棒性, 使之达到既能抑制谐振, 又能保证系统稳定性的目的。利用本文提出的方法对漂移谐振点进行谐振抑制, 主要有以下优点:

- 1) 利用三分法在线搜索谐振频率的效率高, 搜索速度是现有文献中提出算法的搜索速度的 10 至 20 倍;
- 2) 利用机器学习算法中的模拟退火算法求解到陷波滤波器的最优参数, 可以达到最优谐振抑制的目的;
- 3) 本文研究的谐振抑制方法既能抑制机械谐振, 又能保持系统的稳定性;
- 4) 本文提出的最优谐振抑制方法可以快速、准确抑制谐振, 避免手动调节参数耗时长的缺陷, 提高谐振抑制的效率。

本文的结构如下: 第 2 节建立二质量系统的数学模型、分析谐振机理; 第 3 节对漂移谐振点进行在线搜索; 第 4 节利用模拟退火算法确定陷波滤波器的最优参数并进行谐振抑制; 第 5 节实验及鲁棒性分析。

2. 二质量系统模型建立

图 1 是简化的二质量系统的模型。

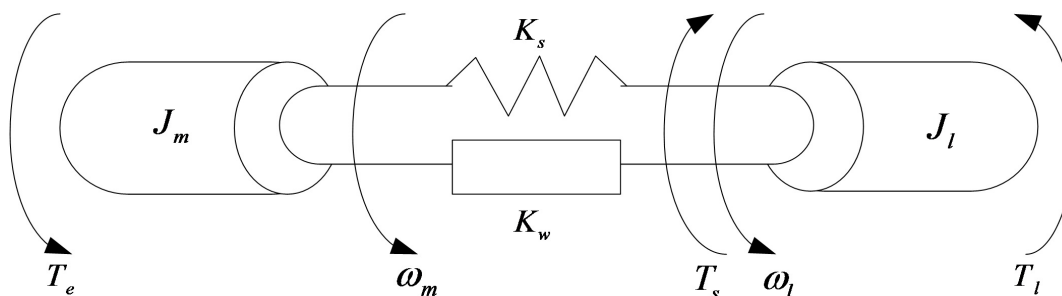


Figure 1. Simplified model of two-mass system

图 1. 二质量系统的简化模型

为方便分析, 本文忽略电机受到的摩擦转矩和传动部分的机械间隙, 于是有如下的动力学方程:

$$\begin{cases} J_m \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_s \\ J_l \frac{d\omega_l}{dt} = T_s - T_l \\ T_s = K_s (\theta_m - \theta_l) + K_w (\omega_m - \omega_l) \\ \dot{\theta}_m = \omega_m \\ \dot{\theta}_l = \omega_l \end{cases} \quad (1)$$

上式中, 各参数的意义如下: J_m 和 J_l 分别表示等效电机惯量和等效负载惯量, ω_m 和 ω_l 分别表示电机侧和负载侧旋转的角速度, θ_m 和 θ_l 分别表示电机侧和负载侧旋转的角度, T_e 表示电机输出转矩, T_s 表示弹性阻尼矩, T_l 表示电机负载转矩, K_s 表示刚度系数, K_w 表示粘滞阻尼系数。

二质量系统传动部分的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{J_m s} \times G_r(s) = \frac{1}{J_m s} \frac{s^2 + 2p\xi_r \omega_n s + p\omega_n^2}{s^2 + 2\xi_r \omega_n s + \omega_n^2} \quad (2)$$

其中

$$G_r(s) = \frac{s^2 + 2p\xi_r \omega_n s + p\omega_n^2}{s^2 + 2\xi_r \omega_n s + \omega_n^2}$$

为引起伺服系统谐振的机械谐振环节的传递函数。

上式中 ξ_r 为谐振阻尼系数, ω_n 为谐振频率, ω_{an} 为反谐振频率, p 为谐振 - 反谐振比系数, 具体表达式为

$$\begin{cases} \xi_r = \sqrt{\frac{(J_m + J_l) K_s^2}{4K_s J_m J_l}} \\ \omega_n = \sqrt{\frac{K_s (J_m + J_l)}{J_m J_l}} \\ \omega_{an} = \sqrt{\frac{K_s}{J_l}} \\ p = \frac{J_m}{J_m + J_l} \end{cases} \quad (3)$$

在伺服系统中, 二质量系统谐振环节的传递函数存在两个复共轭极点, 根据控制系统的稳定性条件 [12], 当两个共轭极点都有负实部即两极点都在 S 左半平面时, 系统稳定, 不发生谐振; 当存在实部大于 0 的极点即在 S 右半平面内存在极点时系统不稳定, 易发生谐振。这两个复共轭极点就导致谐振的发生。因此, 需要处理这两个复共轭极点, 将其消除或调整到优化位置, 防止机械谐振的发生。

当机器长时间运作时, 伺服系统中决定谐振频率的某些参数会发生变化, 导致谐振点漂移。根据(3)式, 决定谐振频率的参数有刚度系数 K_s 、电机惯量 J_m 以及负载惯量 J_l , 本文中考虑惯量比 $R = \frac{J_l}{J_m}$ 不变,

只考虑刚度系数 K_s 的改变对谐振点的影响。随着设备的持续运行, 系统部件会受到磨损, 导致传动环节的刚度系数会发生变化, 谐振点出现漂移的情况, 原有的抑制方法失效, 于是需要先实时在线搜索谐振频率, 再进行抑制。

3. 漂移谐振点的在线搜索

现有的文献中, 搜索谐振频率的方式主要有离线搜索和在线搜索。离线搜索每次只能对固定参数的电机搜索频率, 当电机参数发生变化时, 离线搜索效率降低。若参数持续变化, 离线搜索不再适用, 此时就需要在线搜索频率。在线搜索主要适用于电机参数持续变化时谐振频率的搜索, 利用在线搜索可以快速搜索谐振频率并抑制谐振, 降低工厂的损失。因此本文提出用三分法在线搜索谐振频率的方法。三分法在线搜索谐振频率的算法如下:

在典型的二质量系统中, 谐振频率附近的幅频特性曲线的形状近似一个单峰函数, 本文利用二分法的思想, 提出三分法在线搜索谐振频率, 通过傅里叶变换求出每一点处的幅值, 则所有的幅值中, 最高点对应的频率就是谐振频率。具体搜索过程如下:

给定一个初始区间 $[a, b]$ 和精度 $e > 0$, 将初始区间三等分, 记分割点为 x_1 、 x_2 , 其中 $x_1 < x_2$, 利用傅里叶变换求出分割点处的幅值 $h(x_1)$ 、 $h(x_2)$, 比较二者的大小并作出判断:

- 1) 如果 $h(x_1) > h(x_2)$, 则谐振点位于区间 $[a, x_2]$, 计算区间长度 l ;

2) 如果 $h(x_1) = h(x_2)$, 则谐振点位于区间 $[x_1, x_2]$, 计算区间长度 l ;

3) 如果 $h(x_1) < h(x_2)$, 则谐振点位于区间 $[x_1, b]$, 计算区间长度 l 。

利用上述方法可以确定谐振频率所在的区间, 如果区间长度 $l \leq e$, 则停止搜索, 得到谐振频率; 如果 $l > e$, 则得到的区间作为新的初始区间, 将区间继续三等分, 重复上述过程, 直到区间长度 $l \leq e$ 为止, 于是就可以得到谐振频率。

4. 陷波滤波器最优谐振抑制

陷波滤波器主要作用是将某一频率点的输入信号迅速衰减到指定范围, 阻碍该频率信号的通过。其主要优点是将指定频率点处的幅值衰减到特定范围内, 而对其他频率点没有任何影响, 基于这一特点, 目前被广泛应用于谐振抑制。本文考虑谐振点漂移时采用优化陷波滤波器的方法对在线搜索得到的谐振点进行谐振抑制。

4.1. 陷波滤波器原理

典型的陷波滤波器的传递函数为:

$$G_N(s) = \frac{s^2 + 2\pi\xi ks + \omega_0^2}{s^2 + 2\pi ks + \omega_0^2} \quad (4)$$

其中, ω_0 是陷波滤波器的中心频率, ξ 和 k 是深度和宽度参数。

级联陷波滤波器与二质量系统[13][14], 利用搜索出的谐振频率, 采用机器学习算法确定陷波滤波器的最优参数, 达到最优谐振抑制的目的。级联陷波器的传递函数为:

$$G_0(s) = G_r(s)G_N(s) \quad (5)$$

利用级联陷波器抑制谐振, 只需要使漂移谐振峰值低于参考阈值。

4.2. 陷波滤波器的参数确定

利用陷波滤波器抑制谐振需要确定的参数有: 陷波滤波器的中心频率 ω_0 、宽度参数 k 以及深度参数 ξ , 其中中心频率 ω_0 就等于谐振频率, 在本文中就等于漂移谐振频率。因此, 本节将重点阐述陷波滤波器的宽度参数 k 和深度参数 ξ 的确定方法。

由文献[15][16]知, 如果陷波器的宽度和深度参数选取过大, 会使系统因幅值衰减过大导致不稳定。因此, 在设计优化的陷波滤波器时应选择适当的宽度和深度参数, 保证在抑制谐振的同时还能维持系统的稳定性。

设定一个阈值 H_{th} , 当中心频率 ω_0 处的幅值在阈值 H_{th} 以下时认为不发生谐振。如图 2 所示, 二质量系统的幅频特性曲线与阈值 H_{th} 有两个交点, 交点的横坐标分别记为 ω_1 和 ω_2 。利用陷波滤波器对二质量系统进行谐振抑制, 使其幅值衰减到阈值 H_{th} 以下, 即需要使得级联陷波器在频率 ω_1 和 ω_2 之间所有的频率点处的幅值全都低于阈值 H_{th} 。

由(2)~(5)式, 级联陷波器的传递函数为:

$$G_0(s) = G_r(s)G_N(s) = \frac{s^2 + 2p\xi_r\omega_n s + p\omega_n^2}{s^2 + 2\xi_r\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{s^2 + 2\pi\xi ks + \omega_0^2}{s^2 + 2\pi ks + \omega_0^2} \quad (6)$$

令 $s = j\omega$, 则级联陷波器在任意频率处的幅值为:

$$H_0(\omega) = |G_0(j\omega)| = \sqrt{\frac{(j\omega)^2 + 2p\xi_r\omega_n(j\omega) + p\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\xi_r\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}} \cdot \sqrt{\frac{(j\omega)^2 + 2\pi\xi k(j\omega) + \omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2\pi k(j\omega) + \omega_0^2}} \quad (7)$$

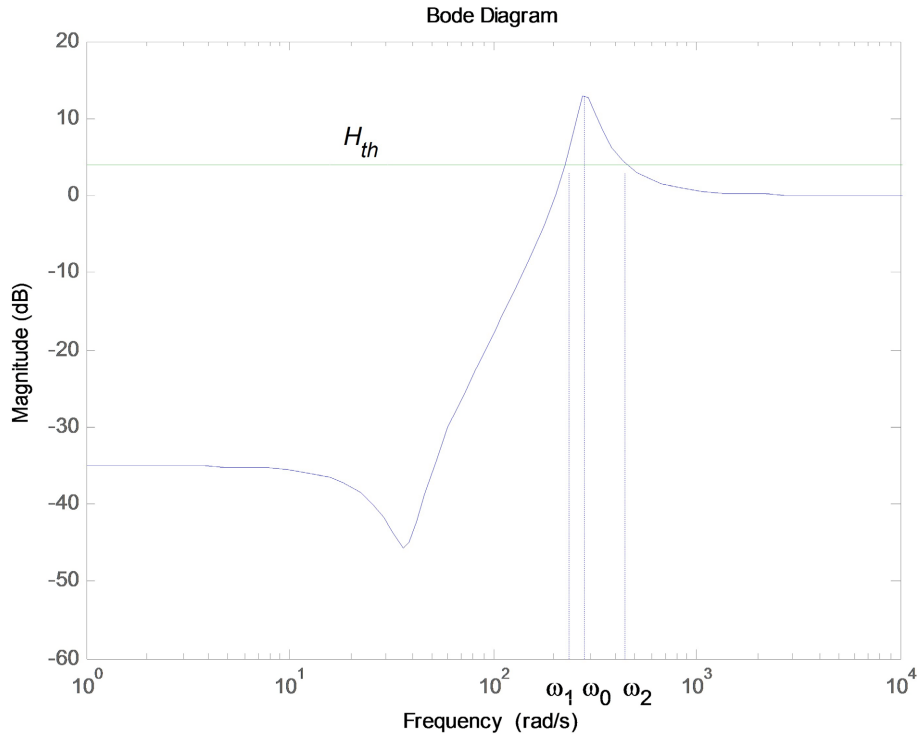


Figure 2. Bode diagram of a two mass system with a given reference threshold
图 2. 给定参考阈值下二质量系统的伯德图

由(7)式可以算出级联陷波器在频率 ω_1 和 ω_2 之间所有的频率点处的幅值, 可得到一个不等式:

$$H_0(\omega_i) \leq H_{th} \quad (8)$$

$\omega_i \in [\omega_1, \omega_2]$

解不等式(8), 可以得到关于陷波的宽度 k 和陷波深度 ξ 的不等式。

要达到最优谐振抑制的目的, 需要考虑一个新的性能指标: 相角损失[17], 加入的陷波滤波器得到剪切频率 ω_c [18]处的相角损失为:

$$\phi = \arctan \frac{2\pi(\xi - 1)k\omega_c(\omega_0^2 - \omega_c^2)}{4\pi^2\xi k\omega_c^2 + (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2} \quad (9)$$

将不等式(8)作为约束条件, 通过使相角损失 ϕ 最小, 即

$$\min_{\substack{H_0(\omega_i) \leq H_{th} \\ \omega_i \in [\omega_1, \omega_2]}} \phi = \arctan \frac{2\pi(\xi - 1)k\omega_c(\omega_0^2 - \omega_c^2)}{4\pi^2\xi k\omega_c^2 + (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2} \quad (10)$$

达到最优谐振抑制的目的。利用机器学习算法中的模拟退火算法[19][20][21], 可以确定陷波滤波器的最优参数, 进而对漂移谐振频率进行最优谐振抑制。

模拟退火算法的基本原理是: 在可行域内选择一个初始状态 x_0 , 在 x_0 的一个邻域内产生一个新的状态 x_i , 如果满足 $f(x_0) > f(x_i)$, 就接收 x_i 为新的状态, 否则以概率 $p = \exp\{-(f(x_i) - f(x_0))/T\}$ 接收 x_i 为新的状态, 其中 T 是一个控制参数, 重复这一过程直至找到最优解。

模拟退火算法的步骤:

Step 1 选取最大迭代次数 K_{max} , 可行域内任意收敛方向 v_r 和最优收敛方向 v_b , 以及可行域内任意初

始状态 $x_0 = (\xi_0, k_0)$;

Step 2 令 $T(i) = 1 - i / (K_{\max} + 1)$, 则 T 单调递减趋于 0, 随机选择正参数 λ , 令 $v(i) = T(i)v_r + (1 - T)v_b$, $x_i = x_0 + \lambda(i)v(i)$;

Step 3 计算相角裕度 $\varphi(x_0)$ 与 $\varphi(x_i)$ 并进行比较, 如果满足 $\varphi(x_0) > \varphi(x_i)$, 就将 x_i 接收为新的初始状态; 否则以概率 $p = \exp\{-(f(x_i) - f(x_0)) / T(i)\}$ 接收 x_i 为新的状态;

Step 4 重复 Step 3, 直至得到对可行域内任意的 x_j , 都有 $\varphi(x_j) < \varphi(x^*)$ 或达到最大迭代次数时的相角裕度最小值所对应的 x^* , 则得到的最优解为 x^* 。

5. 实验

5.1. 谐振抑制实验

为了验证漂移谐振点的伺服系统谐振抑制的有效性, 在实验室中搭建实验平台进行实验研究。实验装置图如图 3 所示, 实验采用的 DSP 芯片为 TMS320F28335 芯片, 采用 CCS6 作为开发工具, 电机为沈阳高精数控生产的 GJM10ADA2S 永磁同步电机[22], 电机参数如表 1 所示:

Table 1. Parameters of permanent magnet synchronous motor

表 1. 永磁同步电机的参数

参数	数值	单位	参数	数值	单位
电机惯量	0.0043	kgm ²	转矩	7.5	N.m
负载惯量	0.02	kgm ²	额定转速	2000	r/min
传动刚度	280	Nm/rad	额定电流	5.8	A
粘滞阻尼系数	0.22	Nms/rad	额定电压	220	V
额定功率	1.5	kW			



Figure 3. Experimental setup

图 3. 实验装置图

根据上述算法, 得到的陷波宽度为 $k = 2.8239$, 陷波深度为 $\xi = 0.8528$, 设置参考阈值为 3.5 dB, 采样频率为 1000 kHz, 采样点为 1024, 实验得到的电流和转速响应如图 4、图 5 所示:

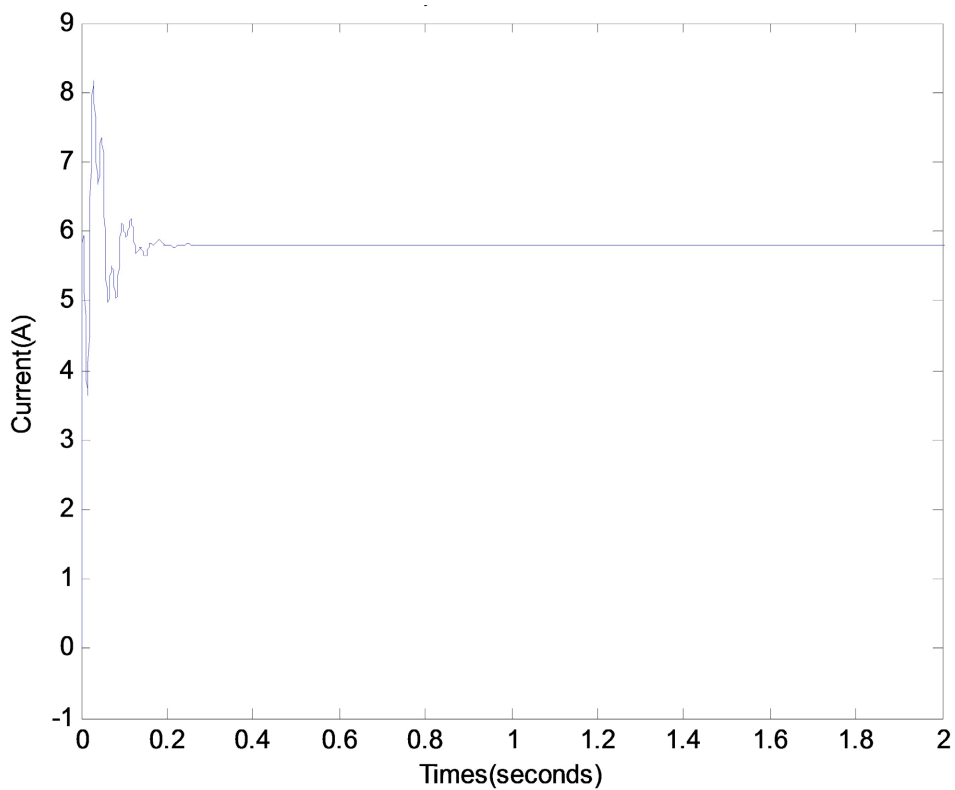


Figure 4. Current response

图 4. 电流响应

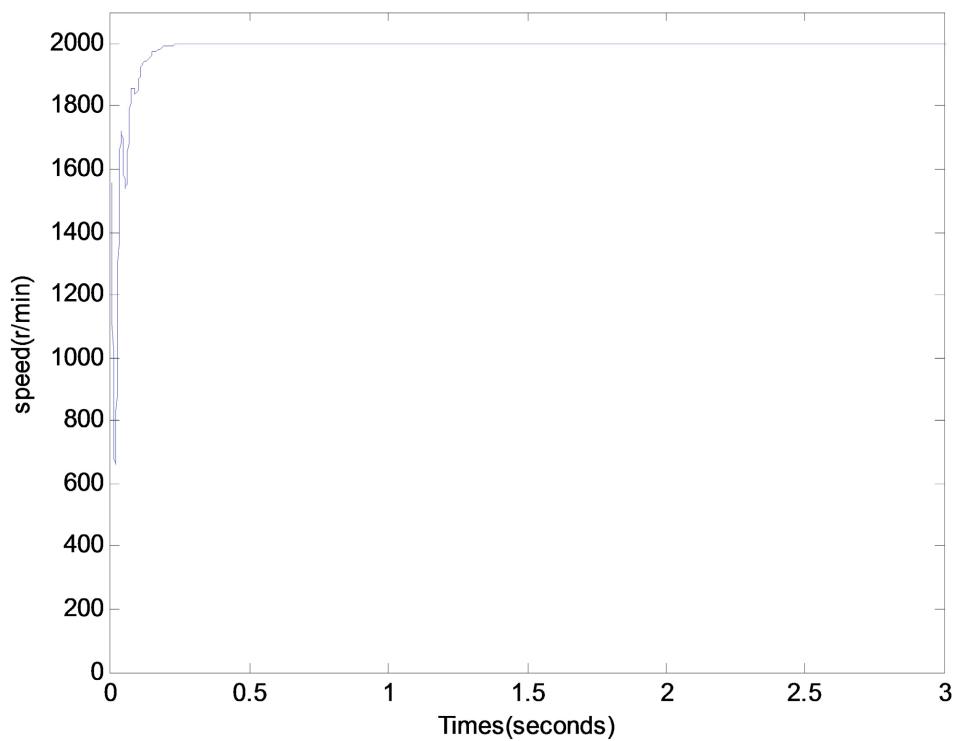
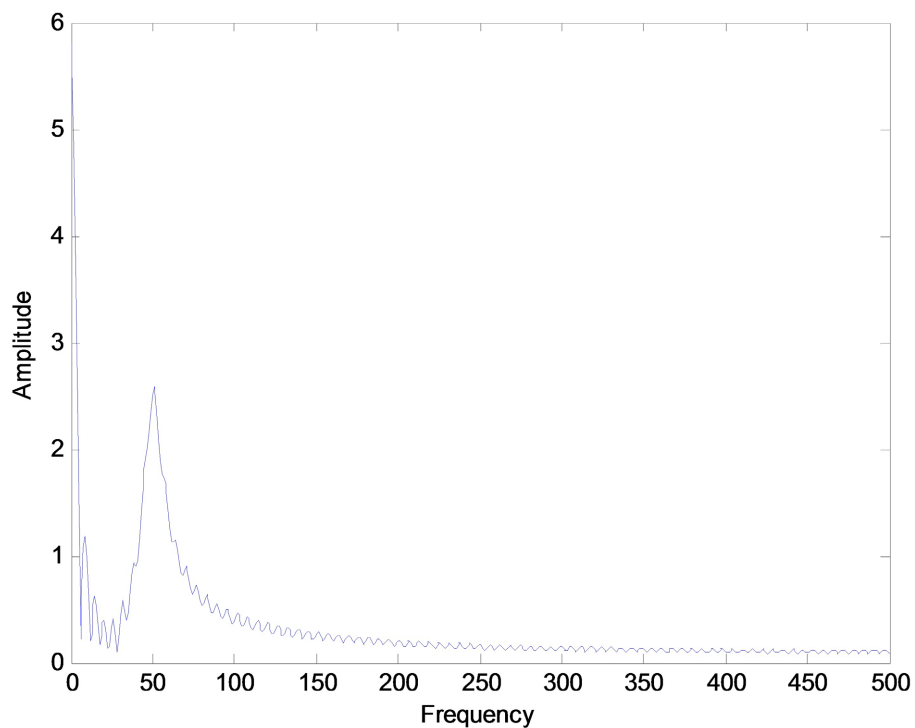


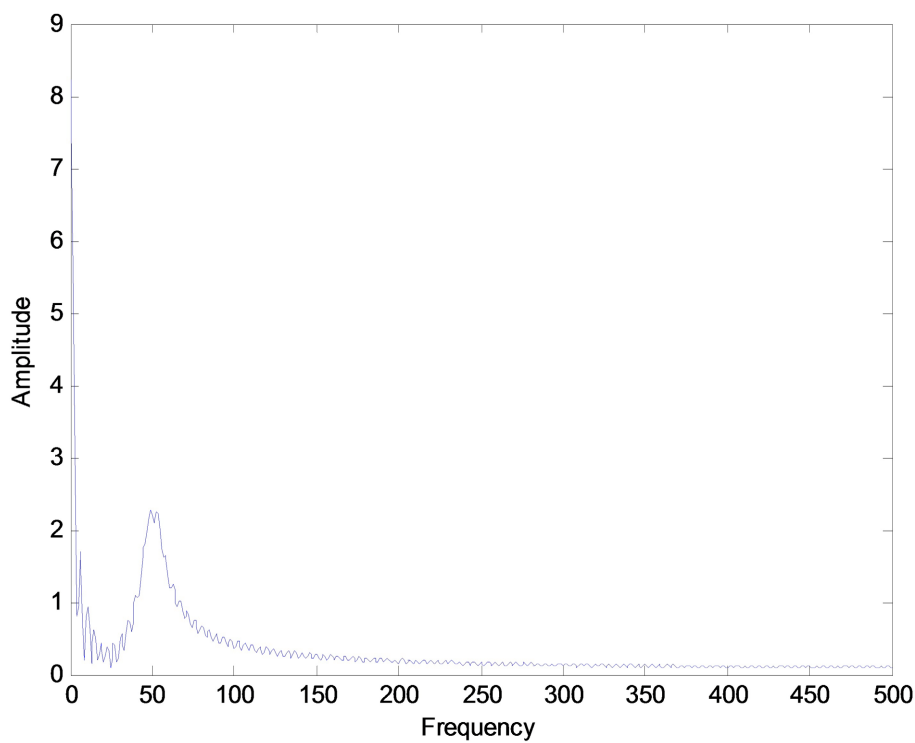
Figure 5. Speed response

图 5. 转速响应

利用优化的陷波滤波器抑制谐振前后的 FFT 频谱图如图 6 所示:



(a)



(b)

Figure 6. Spectrum; (a) Spectrum before suppression; (b) Spectrum after suppression

图 6. 频谱图; (a) 抑制前的频谱图; (b) 抑制后的频谱图

抑制前二质量系统的相角裕度为 41.0982° ，利用优化的陷波滤波器进行谐振抑制，得到的相角裕度为 41.0020° ，最小相角损失为 0.1004° 。

由实验结果及电流、转速响应图和频谱分析可以看出，利用优化的陷波滤波器对漂移的谐振点进行谐振抑制，二质量系统的电流响应与转速响应都趋于稳定状态，同时 FFT 频谱图的幅值也相应下降，因此就说明了利用本文提出的谐振抑制方法有效可行。

5.2. 鲁棒性分析

系统的鲁棒性是指在不确定性因素的扰动下，系统仍然保持某种性能不变的能力。由于伺服系统持续运行时刚度系数变化具有不确定性，谐振点会出现漂移，于是要先在线搜索出谐振频率，再设计陷波滤波器抑制谐振。因此，如果伺服系统中电机的刚度系数在某一个范围内变化时上述设计的陷波滤波器依然可以抑制谐振，则说明该系统具有良好的鲁棒性。根据(3)式，谐振频率可以看作是电机的刚度系数的非线性函数，因此只要确定谐振频率的范围就可以间接得到刚度系数的变化范围，保证利用优化的陷波滤波器仍然可以抑制谐振。

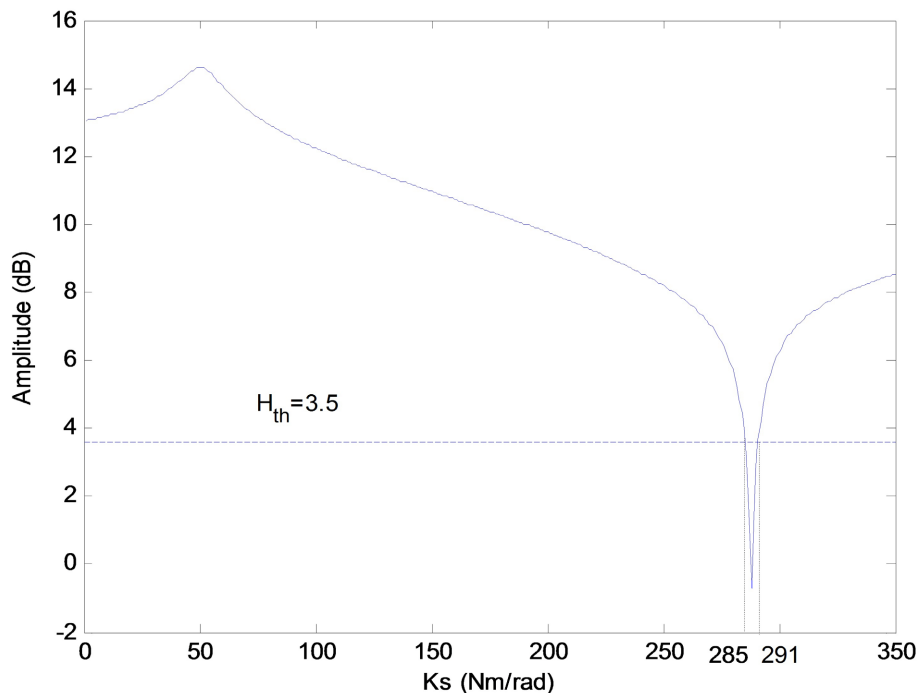


Figure 7. Robustness analysis results

图 7. 鲁棒性分析结果

由图 7 可知当刚度系数 K_s 满足条件 $285 < K_s < 291$ 时，利用上述优化的陷波滤波器仍然可以抑制机械谐振，由此也说明了系统具有良好的鲁棒性。

6. 总结

本文考虑谐振点漂移时的伺服系统谐振抑制，利用三分法进行谐振频率的在线搜索，并设计陷波滤波器抑制机械谐振。同时本文在保证系统在等于阈值的频率点之间每一点处的幅值都降到阈值以下的情况下，通过使相角损失达到最小，利用模拟退火算法确定出陷波滤波器的最优参数，克服了以往手动调节参数耗时长的缺陷，从而达到了最优谐振抑制的目的。此外，本文在利用陷波滤波器抑制谐振的基础

上分析了该系统的鲁棒性, 进一步说明了本文提出的抑制漂移谐振点的方法的有效性。本文提出的方法既能有效抑制谐振, 又可以保持系统的稳定性, 还能避免手动调节参数耗时长的缺陷, 可以准确、快速地抑制漂移的谐振。由此会给企业工厂带来十分可观的经济和社会效益。

基金项目

辽宁省教育厅自然科学基金项目(LJC201914)。

参考文献

- [1] 李云松, 陈小安. 精密传动系统伺服驱动机械谐振灵敏度分析[J]. 机械传动, 2017, 41(4): 24-27.
- [2] Szabat, K. and Orłowska Kowalska, T. (2007) Vibration Suppression in a Two-Mass Drive System Using PI Speed Controller and Additional Feedbacks: Comparative Study. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, **54**, 1193-1206. <https://doi.org/10.1109/TIE.2007.892608>
- [3] Orłowska Kowalska, T. and Kaminski, M. (2009) Effectiveness of Saliency Based Methods in Optimization of Neural State Estimators of the Drive System with Elastic Couplings. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, **56**, 4043-4051. <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2027250>
- [4] Katsura, S. and Ohnishi, K. (2007) Force Servoing by Flexible Manipulator Based on Resonance Ratio Control. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, **54**, 539-547. <https://doi.org/10.1109/TIE.2006.888805>
- [5] Muszynski, R. and Deskur, J. (2010) Damping of Torsional Vibrations in High-Dynamic Industrial Drives. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, **57**, 544-552. <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2036034>
- [6] Hacı, A., Jezernik, K. and Abanovic, A. (2007) SMC with Disturbance Observer for a Linear Belt Drive. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, **54**, 3402-3412. <https://doi.org/10.1109/TIE.2007.906130>
- [7] Peter, K., Schling, I. and Orlik, B. (2003) Robust Output- Feedback H_{∞} -Control with a Nonlinear Observer for a Two-Mass System. *IEEE Trans on Industry Applications*, **39**, 637-644. <https://doi.org/10.1109/TIA.2003.811788>
- [8] Cychowski, M., Szabat, K. and Orłowska Kowalska, T. (2009) Constrained Model Predictive Control of the Drive System with Mechanical Elasticity. *IEEE Trans on Industry Applications*, **56**, 1963-1973. <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2015753>
- [9] Zhang, G. (2000) Speed Control of Two-Inertia System by PI/PID Control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **47**, 603-609. <https://doi.org/10.1109/41.847901>
- [10] 杨明, 王璨, 徐殿国. 基于轴矩限幅控制的机械谐振抑制技术[J]. 电机与控制学报, 2015, 19(4): 58-64.
- [11] 熊琰, 李叶松. 基于频率特性搜索的伺服系统谐振控制[J]. 电气传动, 2015, 45(2): 39-44+80.
- [12] 周凤岐, 周军, 郭建国. 现代控制理论基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2011.
- [13] Cai, L.-H., Gao, H.-B., Zhang, S.-M. and Ma, Q.-K. (2011) Research on Method of Eliminating Accurately Mechanical Resonance Frequency of the Theodolite by complex Notch Filter. 2011 *International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Information*, Guiyang, 22-23 October 2011, 60-63. <https://doi.org/10.1109/ICSEM.2011.6081329>
- [14] Kwan, T. and Martin, K. (1989) Adaptive Detection and Enhancement of Multiple Sinusoids Using a Cascade IIR Filter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **36**, 937-947. <https://doi.org/10.1109/31.31329>
- [15] 王昱忠. 伺服系统机械谐振抑制方法的研究与实现[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 中国科学院大学(中国科学院沈阳计算技术研究所), 2018.
- [16] 杨明, 郝亮, 徐殿国. 基于自适应陷波滤波器的在线机械谐振抑制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(4): 63-69.
- [17] 康健. 伺服系统机械谐振在线检测及抑制方法研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- [18] Information Technology (2020) Research Data from Sharif University of Technology Update Understanding of Information Technology (Frequency Data-Based Procedure to Adjust Gain and Phase Margins and Guarantee the Uniqueness of Crossover Frequencies). p. 507
- [19] 陈梦沂. 模拟退火算法的改进[J]. 通化师范学院学报, 2017, 38(10): 41-44.
- [20] 姚新, 陈国良. 模拟退火算法及其应用[J]. 计算机研究与发展, 1990(7): 1-6.
- [21] 谢云. 模拟退火算法的原理及实现[J]. 高等学校计算数学学报, 1999(3): 212-218.
- [22] 王昱忠, 何平, 王志成, 韩旭. 基于自适应陷波器的伺服系统谐振抑制[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(1): 68-71.