

有声频影响的番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型

张 沥*, 化存才#

云南师范大学数学学院, 云南 昆明

Email: 834092862@qq.com, #cuncai-hua@139.com

收稿日期: 2020年11月1日; 录用日期: 2020年11月18日; 发布日期: 2020年11月25日

摘 要

在本文中, 首先建立了在自然状态下番茄生长发育的碳氮钾需求比例的微分方程模型, 数值模拟结果符合番茄生长的试验数据; 然后, 进一步给出含有声频影响作用的番茄生长发育的碳氮钾需求比例的微分方程模型, 数值结果表明: 1) 适当频率的声波处理可加快番茄的生长速度, 达到早熟。当声波频率在2200 HZ时, 可提前6天采摘番茄; 2) 适当频率的声波处理能促进番茄的光合作用和番茄的品质提升。特别是, 1000 HZ、2200 HZ和3300 HZ的声波处理组的番茄胞间碳、氮、钾含量浓度有所升高, 其中以2200 HZ的声波处理促进作用最为明显, 但是, 当频率超过5500 HZ时, 对番茄生长起抑制作用。因此, 合理地利用植物声频控制技术, 必能达到设施番茄早熟、提高果实品质的效果。

关键词

番茄, 光合作用, 声频控制, 植物生长微分方程模型

Ordinary Differential Equation Model of the Proportion of Carbon, Nitrogen and Potassium Demand for Tomato Growth and Development with the Effect of Sound Frequency

Li Zhang*, Cuncai Hua#

School of Mathematics, Yunnan Normal University, Kunming Yunnan

*第一作者。

#通讯作者。

文章引用: 张沥, 化存才. 有声频影响的番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型[J]. 应用数学进展, 2020, 9(11): 2017-2028. DOI: 10.12677/aam.2020.911234

Abstract

In this paper, an ordinary differential equation model of the proportion of carbon, nitrogen and potassium demand for tomato growth and development in natural state is established firstly. The result of numerical simulation of the model is consistent with the experimental data of tomato growth. Then, the ordinary differential equation model of the proportion of carbon, nitrogen and potassium demand for tomato growth and development with the effect of sound frequency is given. The numerical results show that the appropriate frequency of sound wave treatment can accelerate the growth of tomato and achieve early maturity. When the sound frequency is 2200 Hz, tomato could be picked 6 days ahead of time. Appropriate frequency of acoustic treatment could promote the photosynthesis and quality of tomato. In particular, the concentration of intercellular carbon, nitrogen, and potassium content of tomato increases in the treatment groups of 1000 Hz, 2200 Hz and 3300 Hz. Among them, the effect of sound wave treatment at 2200 Hz is the most obvious. However, when the frequency is higher than 5500 Hz, the growth of tomato inhibits. Therefore, reasonable utilization of plant sound control should achieve early maturity of tomato facilities and improve the fruit quality.

Keywords

Tomato, Photosynthesis, Sound Control, Ordinary Differential Equation Model of Plant Growth

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

番茄是世界范围内种植面积最广、食用人数最多的一种蔬菜,也是各类蔬菜中需肥量较大的作物之一。但是,随着施肥等传统化学农业的发展,普遍存在施肥过量,造成了土壤污染、设施番茄的产量、品质下降等问题[1]。番茄的种植受温度、光照、种植茬口的限制,其产量远远满足不了市场需求[2]。影响番茄产量的主要元素有:碳、氮、钾。在番茄施肥中需要的大量碳元素从空气中吸收进行光合作用,还需要从土壤中吸收氮、磷、钾等大量元素和其他微量元素才能实现高产优质。其中,钾元素不仅能促进光合作用,而且还能促进蛋白质的合成。研究表明,合理地施用钾肥既能提高番茄的产量和综合抗性,又能改善番茄的品质[3]。番茄产量受氮肥影响最为显著,钾肥对产量的直接作用较小,但其间接作用却很大[4]。

近年新发展起来的声频控制技术是一种物理农业技术,它在生产绿色、无公害农产品的生态农业技术中得到优选,已成为当前传统化学农业转型现代农业的重要手段之一[5]。声频控制技术的基本原理是:对植物进行特定频率的声波处理,与植物的自发声频率产生谐振,从而促进植株对各种营养元素的吸收、运输和转化,进而增强植物的光合作用速率和营养物质的积累能力,达到驱虫、抗病、优质、增产的目的,并可减少化肥和农药用量,不污染环境[6]。事实上,随着植物声频控制技术的发展,已有许多学者分别对棉花[7]、黄瓜[8]、番茄[9]、豇豆[10]、茄子[11]等农作物进行了生产试验研究,结果均表明,施

加声频控制能够加快作物生长速度和增加作物产量, 提高品质。由此可见, 声频控制技术的应用对于提高蔬菜产量和品质, 减少化肥与农药, 从而满足人们日常生活的重要食品需求的前景是很大的。

然而, 植物的生长过程以及环境因素之间的交互作用是很复杂的, 如果能找到有效的数学模型去模拟和调控植物的生长发育情况, 特别是利用声频控制对植物生长过程进行定量和可视化的研究, 那么将会使生产试验的成本得到降低。实际上, 在植物生态和生理方面的数学建模方法中, 微分方程建模占有主导地位, 并有国内许多学者相继建立了一些具有解释植物生长发育的微分方程模型生长模型。例如, 1998年, 张大克在研究氮肥用量与蔬菜产量关系时, 提出了蔬菜产量氮肥效应微分方程模型[12]; 2012年, 张林在研究 UV-B 辐射影响烤烟株高的问题时, 提出了含有 UV-B 辐射影响因子的烤烟株高非自治 Logistic 模型[13]; 2019年, 李德盛以番茄为例, 考虑植物的主要生长养分碳氮, 提出了植物生长发育的碳氮比例的一室模型, 进而根据干物质的分配比例, 提出了植物生长的根-叶-果实三室模型[14]; 2019年, 李文斌在考虑声频控制影响水稻产量的微分方程建模时, 建立了含声频控制因子的水稻分蘖期生长的 Logistic 模型[15]。

在本文中, 我们主要关注的是有声频控制作用下的番茄增产和优质的微分方程建模应用研究问题。为此, 将以番茄为对象, 借鉴文献[14][15]中的相关建模思想, 建立在自然状态和有声频调控影响的番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程组模型, 进而通过数值模拟描述和预测番茄在声频控制下的生长发育过程。

2. 番茄生长发育的碳、氮、钾需求比例的微分方程模型

本节中, 我们将依据植物生长发育中的一些基本事实, 作出一些合理假设, 来建立关于番茄生长发育的碳、氮、钾需求比例微分方程模型。

2.1. 植物生长发育的基本事实

植物生长发育过程中, 主要依靠碳、氮两种元素来提供, 通过在植物体内运输、转化、结合, 导致植物生长。

根据已建的植物生长模型[14][16], 可得到植物生长发育过程的如下四个基本事实:

(F1) 叶器官吸收碳元素, 根器官吸收氮元素, 且两种碳元素在植物体内的比例大致不变;

(F2) 植物光合作用形成的碳元素数量与其叶表面积有关, 从土壤中吸收氮元素数量则与其根的表面积有关, 且叶尺寸和根尺寸保持一定的比列;

(F3) 叶器官吸收二氧化碳并通过光合作用形成蔗糖。根器官则从土壤中吸收氮元素, 通过代谢转化成为蛋白质。其中, 蔗糖是植物生长所需要的能量来源, 而蛋白质则是构成植物新细胞和组织的组成成分。

(F4) 蔗糖所转化的能量主要按以下方式消耗:

工作能	根器官从土壤中吸收氮元素, 在植物体内部运输碳、氮元素所需的能量
转换能	植物将氮转化成蛋白质, 将糖转化为脂肪和其他碳水化合物所需要的能量
结合能	植物将大量分子合成为组织所需要的能量
维持能	植物用来维持一些极不稳定的蛋白质结构稳定所需的能量。

2.2. 植物生长发育的基本假设

植物的生长发育是一个复杂的过程, 为了简化将植物的生长发育, 不考虑在植物个体间存在的差异。

根据植物生长发育的基本事实, 我们作如下基本假设:

- (H1) 不区分叶、根功能, 将植物视为一个整体;
- (H2) 植物生长过程中, 只吸收碳和氮这两种元素来提能量和养分;
- (H3) 植物生长对碳的利用率不仅依赖现有含碳量, 而且还依赖现有含氮量;
- (H4) 用于结合产生新组织的结合能占总能量的一定比例;
- (H5) 植物在整个生长发育的过程中任何新老组织中的碳、氮的比例相同。

2.3. 番茄生长发育的碳氮钾需求比例的微分方程模型的建立

现在考虑微分方程建模问题。

根据假设(H1), 我们将番茄的根叶笼统地视为一个整体。要实现番茄高产优质, 不仅需要吸收碳、氮元素, 还需要吸收钾元素。氮和钾对产量均有正的交互作用, 促进番茄产量的形成, 磷肥也有增产作用, 但远低于钾肥[17]。在这里, 我们不考虑磷元素对番茄生长发育的影响。结合前面的假设(H2) (H3) 得到建模示意图(图 1)。

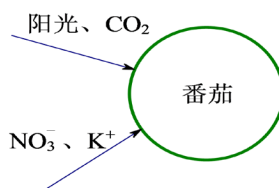


Figure 1. Idea graphics for carbon, nitrogen, and potassium models

图 1. 碳、氮、钾模型思路

下面, 给出番茄生长发育的碳、氮、钾需求比例的微分方程模型的建立过程。

设 $C(t), N(t), K(t)$ 分别表示 t 时刻番茄每单位体积中碳、氮、钾元素的浓度。番茄消耗的养分与这三个变量有关, 即每单位体积消耗的养分是 $C(t), N(t), K(t)$ 函数, 记为 $f(C, N, K)$, 称为番茄养分消耗速率函数。 $f(C, N, K)$ 的表达形式将在下面给出。

根据假设(H3), 我们定义番茄对碳的利用速率为 $Vf(C, N, K)$, 其中 V 为番茄的体积。根据假设(H5), 设番茄体内的碳、氮、钾比例为 $1:\lambda:\eta$, 即有番茄对氮、钾的利用速率分别为 $\lambda Vf(C, N, K)$ 、 $\eta Vf(C, N, K)$ 。又根据假设(H4), 为了避免番茄无限增长的情况, 设递减函数 $R_1 = a - bW$ 表示结合能占植物总能量的比例, 其中 W 为番茄总质量, a, b 为正常数。因此, 在 t 时刻番茄体内结合能的数量可以表示为 $R_1 V(t) f(C, N, K)$ 。设结合能转化成质量的转化率为 r , 它表示番茄干组织含 1 kmol 碳转化成干燥番茄质量(kg)的转化系数, 于是, 我们得到番茄生长的基本微分方程模型为:

$$\frac{dW}{dt} = r(a - bW)V(t)f(C, N, K), \quad (1)$$

由于番茄体积在实际测量中存在困难, 故根据关系式 $V(t) = \frac{W(t)}{\rho}$, 可将方程(1)整理为:

$$\frac{dW}{dt} = r \frac{(a - bW)W(t)}{\rho} f(C, N, K) \quad (\text{其中 } \rho \text{ 为番茄的密度}), \quad (2)$$

现讨论 $f(C, N, K)$ 的表达形式选取。 $f(C, N, K)$ 满足以下两个条件:

- (C1) 当碳、氮或钾三中元素 $f(C, N, K)$ 之一的供应量低于植物生长所需量时, 供应量减少, 消耗速

率随之减少;

(C2) 当碳、氮和钾三者的供应都十分充足时, 植物的消耗速率是确定的, 它由植物的遗传因素决定。满足条件(C1)和(C2)的番茄养分消耗速率函数可选取为如下的分式线性形式:

$$f(C, N, K) = \frac{\alpha CNK}{1 + \beta CNK}, \quad \text{其中 } \alpha, \beta \text{ 是正常数}, \quad (3)$$

现在, 我们根据质量守恒定律来建立关于 $C(t), N(t), K(t)$ 的三个方程模型。考察时段 $[t, t + \Delta t]$ 植物体内含碳量的变化情况。由质量守恒定律, $t + \Delta t$ 时含碳量 = t 时含碳量 + 通过 Δt 时光合作用产生的碳 - 在 Δt 时转变为各种能量的碳; 时刻 t 碳数量为 $V(t)C(t)$, 时刻 $t + \Delta t$ 碳的数量为 $V(t + \Delta t)C(t + \Delta t)$; 这一时段内转变为各种能量所消耗碳的数量为 $Vf(C, N, K)\Delta t$ 。根据基本事实(F2), 植物在单位时间内形成碳的数量与植物的表面积成正比。由于实际测量存在困难, 故根据植物质量、体积和植物密度的关系, 我们可以大致看成与植物的质量成正比。设其比例系数为 R_3 , 则有植物在该时段由光合作用产生的碳数量为 $R_3W(t)\Delta t$, 于是, 就有

$$V(t + \Delta t)C(t + \Delta t) = V(t)C(t) + R_3W(t)\Delta t - Vf(C, N, K)\Delta t, \quad (4)$$

根据关系式 $V(t) = \frac{W(t)}{\rho}$, 并令 $\Delta t \rightarrow 0$, 上式变为

$$\frac{d(WC)}{dt} = \rho R_3W(t) - Wf(C, N, K), \quad (5)$$

同理, 根据氮元素和钾元素的质量守恒定律分别得到:

$$V(t + \Delta t)N(t + \Delta t) = V(t)N(t) + R_5W(t)\Delta t - \lambda Vf(C, N, K)\Delta t, \quad (6)$$

$$V(t + \Delta t)K(t + \Delta t) = V(t)K(t) + R_7W(t)\Delta t - \eta Vf(C, N, K)\Delta t, \quad (7)$$

其中, (6)和(7)等式右端第二项分别表示该时刻番茄从土壤中吸收的氮、钾的数量。根据前面的基本事实(F2), 可以将番茄吸收的氮、钾数量近似认为与番茄的质量成正比, 设比例系数分别为 R_5, R_7 ; (6)和(7)右端最后一项分别表示转变为各种能量消耗的氮、钾, 分别是消耗碳元素的 λ 倍、 η 倍。根据 $V(t) = \frac{W(t)}{\rho}$, 令 $\Delta t \rightarrow 0$, 得到:

$$\frac{d(WN)}{dt} = \rho R_5W(t) - \lambda Wf(C, N, K), \quad (8)$$

$$\frac{d(WK)}{dt} = \rho R_7W(t) - \eta Wf(C, N, K), \quad (9)$$

联立式(2)、(5)、(8)、(9), 我们得到番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型:

$$\begin{cases} \frac{dW}{dt} = r \frac{(a - bW)W}{\rho} f(C, N, K) \\ \frac{d(WC)}{dt} = \rho R_3W - Wf(C, N, K) \\ \frac{d(WN)}{dt} = \rho R_5W - \lambda Wf(C, N, K) \\ \frac{d(WK)}{dt} = \rho R_7W - \eta Wf(C, N, K) \end{cases}, \quad (10)$$

其中, $r, \rho, \lambda, \eta, R_3, R_5, R_7$ 均为正常数。

2.4. 模型求解与验证

在文献[18]中, E. Heuvelink 选取的番茄实验品种是 *Lycopersicon esculentum* Mill, 俗称红寿桃, 无限生长型。E. Heuvelink 的实验数据是于 1992 年 1 月至 1992 年 6 月在位于荷兰园艺部的温室内进行试验得到的。根据番茄各个生育期划分的特点和实验数据进行比对, 确定出试验数据的时间段是番茄从苗期后期、开花坐果期至采收期, 整理得到番茄生长的实验数据结果, 见表 1。

Table 1. Experimental data of tomato growth (g/m^2)

表 1. 番茄生长的实验数据(g/m^2)

时间(天)	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
番茄总干重	16	25	50	66.67	116.67	233.53	350	482.21	625.45	750	910.51

为了方便对模型(10)进行数值计算模拟, 我们引入如下新的函数变换:

$$y_1(t) = W(t), y_2(t) = W(t)C(t), y_3(t) = W(t)N(t), y_4(t) = W(t)K(t)$$

此时, 微分方程组模型(10)化为:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = r \frac{a - by_1}{\rho} \cdot \frac{\alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_2}{dt} = \rho R_3 y_1 - \frac{\alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_3}{dt} = \rho R_5 y_1 - \frac{\lambda \alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_4}{dt} = \rho R_7 y_1 - \frac{\eta \alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \end{cases}, \quad (11)$$

根据番茄的试验数据表 1, 可取初始条件为: $y_1(0) = 16, y_2(0) = 2.5, y_3(0) = 1.5, y_4(0) = 3$;

参数值选取为 $a = 900, b = 1, r = 30, \rho = 100, \lambda = 0.22, \eta = 0.29, \alpha = 0.08, \beta = 1.6, R_3 = 0.0002, R_5 = 0.00002, R_7 = 0.00004$ 。

通过 Matlab 编程计算模型(11)在初始条件下的数值解, 如图 2 所示。图 2 表明以下结论: 番茄从苗期后期至采收期的总质量和时间的关系是: 番茄的生长呈“慢-快-慢”的 S 型曲线。曲线拐点出现在第 85 天, 其拐点是番茄生长发育的转折点, 生长率达到最大, 而此时番茄结束开花坐果期进入迅速膨大期。由此可见, 在拐点之前, 番茄的生长率随着时间的增加而升高, 由缓慢生长阶段进入迅速生长阶段; 在拐点以后, 番茄的生长率开始降低, 由迅速生长阶段进入缓慢生长阶段, 直到成熟。

在拐点以后, 番茄进入迅速膨果期, 从而进入大量需肥期, 此时所需的营养骤增, 植物摄取营养速度大为加快, 若能在拐点处追肥, 则有利于肥料效应的充分发挥, 提高番茄品质产量。从图 2 看出, 模型(11)的模拟数值与表 1 的试验数据值很接近, 由此说明所建模型(10)较好。因此, 模型(10)可用来模拟和预测番茄的生长发育情况。

3. 在声频影响下番茄生长的碳氮钾需求比例微分方程模型

本节中, 将在第 2 节已经建立的模型的基础上, 给出含有声频处理影响因素的番茄生长发育的碳氮钾需求比例的微分方程模型, 并进行模型的数值模拟分析。

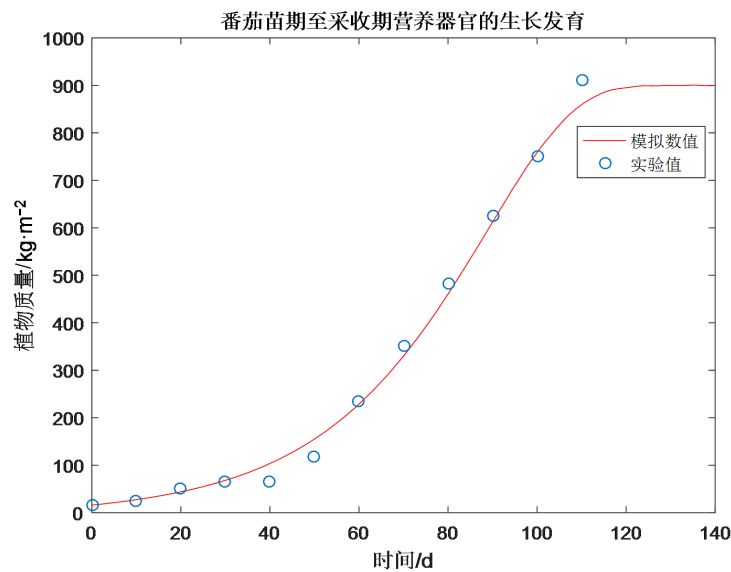


Figure 2. Model (11) describes the growth and development curve of tomato vegetative organs from seedling to harvest

图 2. 模型(11)描述的番茄苗期至采收期营养器官的生长发育曲线

3.1. 含声频影响的番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型

氮素是作物生长发育中必不可少的营养元素, 氮素的吸收积累状况对光合速率, 产量和品质等都有影响[19]。声频控制技术对番茄的处理作用是通过在番茄施加特定频率的声波进行刺激, 以便加快番茄对氮元素的吸收, 从而促进番茄的生长。研究表明, 声波处理可有效地加快番茄对氮元素的吸收[9], 而适当的声频控制促进番茄吸收物质, 表现出旺盛的生长速度, 达到早熟, 使蔬菜、水果普遍早熟一周左右[20]。但是, 当频率过大时, 则又会对番茄的生长发育产生抑制作用, 甚至造成番茄的凋亡。在不同频率的声波处理下, 各处理组的番茄吸收氮素的情况如表 2 所示, 具体数据从文献[9]整理得到。从表 2 可以看出: 适当频率的声波处理显著促进了番茄对氮素的吸收。其中, 2200 HZ 的声频处理效果是最为明显的, 氮素吸收量比在自然状态下大 23.36%。

Table 2. Nitrogen absorption of tomatoes under the processing of sound waves of different frequencies

表 2. 不同声频处理下番茄的氮素吸收情况

声波频率/HZ	氮素吸收数量(与自然状态比较)
1100	大 8.4%
2200	大 23.36%
3300	大 11.27%

为考虑声频处理对番茄生长的影响, 我们在前面模型(11)的基础上, 借鉴文献[13]在建立有声频控制影响水稻分蘖生长的微分方程模型时的思想, 将声频控制视为影响番茄生长的一个因子, 并具体地选取分段线性函数来加入到模型(11)中。

记声频控制影响因子为函数 $g(v)$, 其中 v 表示声波的频率。 $g(v)$ 应满足以下三个条件:

(D1) 在自然状态下, 即 $v=0$ 时, $g(v)=1$;

(D2) 当频率 v 不超过临界频率 v_{\max} 时, 随着频率 v 的增大, 函数值 $g(v)$ 随之增大, 对番茄的生长发

育有促进作用;

(D3) 当频率 ν 超过临界频率 ν_{\max} 时, 随着频率 ν 的增大, 函数 $g(\nu)$ 随之减小, 甚至为负, 对番茄的生长发育有抑制作用, 频率过大甚至造成番茄死亡。

根据以上三个条件, 并结合表 2 的数值结果, 我们得到 $g(\nu)$ 的如下表达式形式:

$$g(\nu) = \begin{cases} \frac{0.2336}{2200}\nu + 1, & 0 \leq \nu \leq 2200 \\ -\frac{0.121}{1100}\nu + 1.476, & \nu > 2200 \end{cases}, \quad (12)$$

注意到, 因为声波处理对番茄胞内氮元素有影响, 因此, 我们将声频控制影响因子 $g(\nu)$ 加入到模型 (11) 中关于氮质量守恒的第三个方程, 于是得到含有声频影响的番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程组模型:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = r \frac{a - by_1}{\rho} \cdot \frac{\alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_2}{dt} = \rho R_3 y_1 - \frac{\alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_3}{dt} = g(\nu) \rho R_5 y_1 - \frac{\lambda \alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \\ \frac{dy_4}{dt} = \rho R_7 y_1 - \frac{\eta \alpha y_1 y_2 y_3 y_4}{y_1^3 + \beta y_2 y_3 y_4} \end{cases} \quad (13)$$

模型的初始值和参数值的选取与前面的模型(11)相同。我们分别选取 1000 HZ, 2200 HZ, 3300 HZ, 5500 HZ 五个不同的频率, 将它们视为处理组, 而将在自然状态下的生长情况视为对照组。通过 Matlab 编程计算模型(13)在给定初始条件和参数选取值下的数值解, 得到图 3 中的结果。从图 3 可得以下几点结论: (i) 番茄在不同的声波频率刺激下的生长速度也会不同; (ii) 在 40 天后, 处理组与对照组之间的番茄重量开始出现差异, 这说明声频处理在番茄生长发育中出现了时间积累效应, 这与孟庆午[21]等人的研究结果一致; (iii) 当声频分别为 1000 HZ、2200 HZ、3300 HZ 时, 与对照组的同一生长期相比, 生物量均增加了, 其中在 2200 HZ 声频处理下, 对生物量的增加效果最为明显, 声频为 5500 HZ 时, 生物量相对减少了; (iv) 当声频为 2200 HZ 时, 使番茄的采收期提前了 6 天, 这与党焱等人的研究结果一致[11][22]; (v) 当声频为 1000 HZ、3300 HZ 时, 采收期分别提前了 2 天和 3.7 天, 均能加速对番茄的生长, 声频为 5500 HZ 时, 番茄的采收期推迟了 3 天, 对番茄的生长发育起到抑制作用。总之, 适当频率的声波处理, 可加快番茄生长, 促进番茄提前成熟。

3.2. 数据统计分析方法

为研究不同声频处理对番茄内源激素的影响, 使用 Excel 软件中的方差分析中的单因素方差分析工具, 对数值模拟得到的四个处理组和对照组(自然状态下)的碳氮钾浓度数据分别进行单因素方差分析。取检验水准 $\alpha = 0.05$, 若观测到的显著性水平 $P < 0.05$, 则处理组与对照组间存在显著性差异, 同理, 反之。

3.3. 声频处理对番茄胞内碳元素含量的影响

现在转而分析声频控制对番茄胞内碳元素 C 浓度影响, 数值模拟结果见图 4。由图 4 可知, 声频处理对番茄吸收 C 元素的影响主要体现在生长后期。首先, 在 100 天后, 处理组与对照组间的番茄胞内 C 浓度含量开始出现差异, 但均未能达到显著性水平(观测到的显著性水平 P 值分别为 0.96、0.84、0.93、

0.92, 其 P 值均大于 0.05, P 值越小则声频控制影响越大), 但处理组番茄胞间 C 元素平含量均大于对照, 这说明, 声频处理对番茄吸收 C 元素具有一定影响但影响效果并不显著, 并且具有一定的时间积累效应; 其次, C 元素是光合作用反应底物组成成分之一, 对植物光合作用起决定性作用。因此, 我们可以根据番茄胞间 C 浓度的高低来判断光合作用的潜在能力。当声波频率为 1000 HZ、2200 HZ 和 3300 HZ 时, 与对照组比较, 番茄胞内的 C 元素浓度有所升高, 其中 2200 HZ 最为明显。然而, 当频率超过 5500 HZ 时, 对照组的 C 元素浓度有所降低。数值模拟结果说明, 合理利用声频控制技术对番茄的光合作用具有一定的促进作用, 声波频率过高反而会起到抑制作用, 此结论与孟庆午[21]等人的研究结果一致。

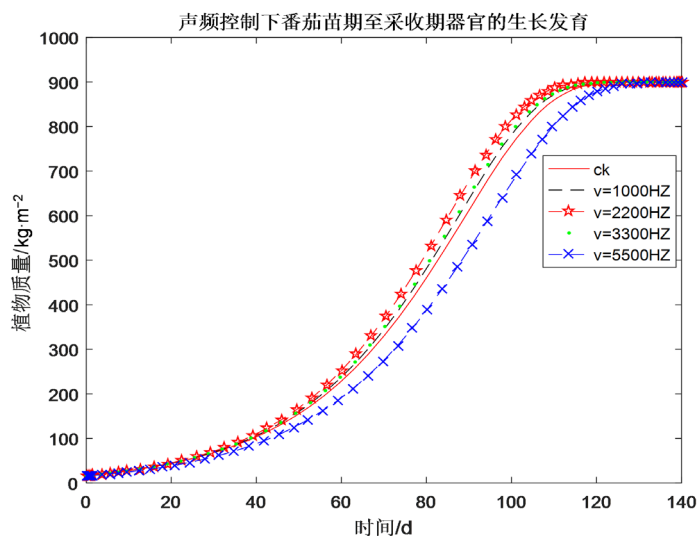


Figure 3. The growth and development curve of tomato organs from seedling stage to harvest stage under the control of sound waves of different frequencies

图 3. 在声频控制下番茄苗期至采收期器官的生长发育曲线

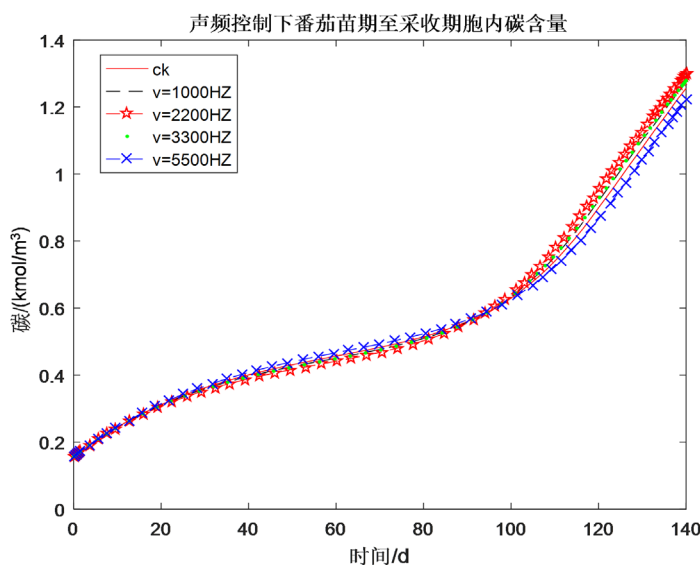


Figure 4. Curves of carbon content in tomato cells from seedling stage to harvest stage under the control of sound waves of different frequencies

图 4. 声频控制下番茄苗期至采收期的胞内碳元素含量曲线

3.4. 声频处理对番茄胞内氮元素含量的影响

声频控制技术对番茄胞内氮元素 N 浓度影响结果见图 5。N 元素是植物合成蛋白质的最基本元素之一, 对植物和合成蛋白质起决定性作用, 因此, 可以根据 N 浓度的高低来判断植物合成蛋白质的潜在能力。由图 5 可知, 声频处理对番茄吸收 N 元素的影响在短时间就能得到体现; 2200 Hz 的声波处理下, 从第 20 天起, 处理组的 N 元素浓度明显增多, 处理组与对照组间表现出显著性差异($P = 0.039 < 0.05$), 这说明 2200 Hz 的声频处理对番茄吸收 N 元素的促进效果明显; 对于 1000 Hz 和 3300 Hz 的处理组, 虽然未达到显著性水平(P 值分别为 0.28、0.054, 其 P 值均大于 0.05), 但是 N 元素浓度均高于对照组, 这说明 1000 Hz 和 3300 Hz 的声频处理对番茄吸收 N 元素具有一定积极影响但影响效果并不显著。但是, 当声波频率超过 5500 Hz 时, 对照组的 N 元素浓度反而降低。这说明, 适当的声频处理能促进番茄 N 元素的吸收, 对番茄合成蛋白质起到一定的积极影响, 尤其是当声频为 2200 Hz 时对番茄的作用最为明显, 这将有效地提高番茄的品质。

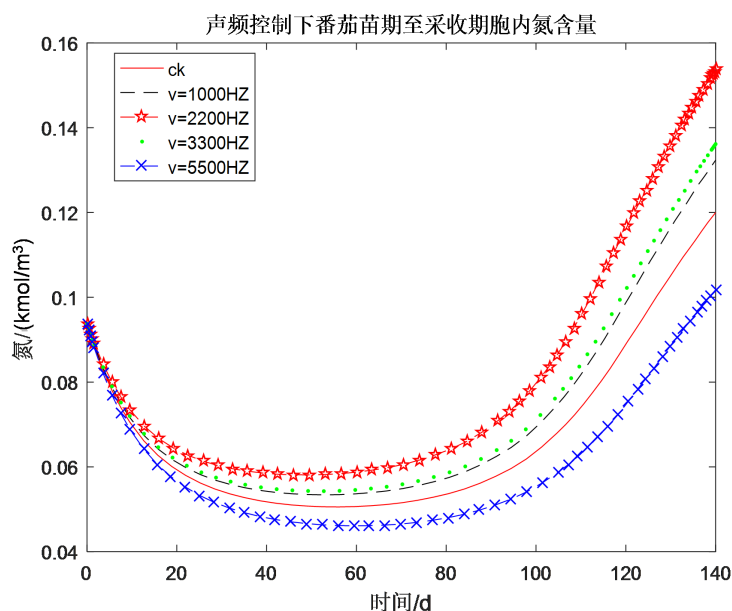


Figure 5. The curve of nitrogen content in tomato cells from seedling stage to harvest stage under the control of sound waves of different frequencies

图 5. 声频控制下番茄苗期至采收期的胞内氮元素含量曲线

3.5. 声频处理对番茄胞内钾元素含量的影响

声频控制技术对番茄胞内钾元素 K 浓度影响结果见图 6。虽然 K 元素与 C、N 元素不同, 不参与植物组织组成, 但能促进光合作用以及蛋白质的合成, 因此, 可根据 K 浓度的高低来判断植物合成蛋白质以及光合作用的潜在能力。由图 6 可知, 在第 20 天之后, 各处理组与对照组之间开始出现差异, 但均未达到显著性水平(P 值分别为 0.92、0.82、0.90、0.84, 均大于 0.05)。虽然从第 20 天至第 100 天期间, 各处理组与对照组间的胞内 K 含量的差异性先增大后减小, 但是从第 100 天以后差异性开始明显, 这说明声频控制对番茄吸收 K 元素具有一定的促进作用但影响效果并不显著, 其中 2200 Hz 处理促进作用最为明显, 但超过 5500 Hz 后, 具有抑制作用。数值模拟结果表明适当的声频控制可以提高番茄对 K 元素的吸收, 尤其 2200 Hz 声频处理更为明显, 这对于番茄的光合作用以及合成蛋白质起到积极影响。

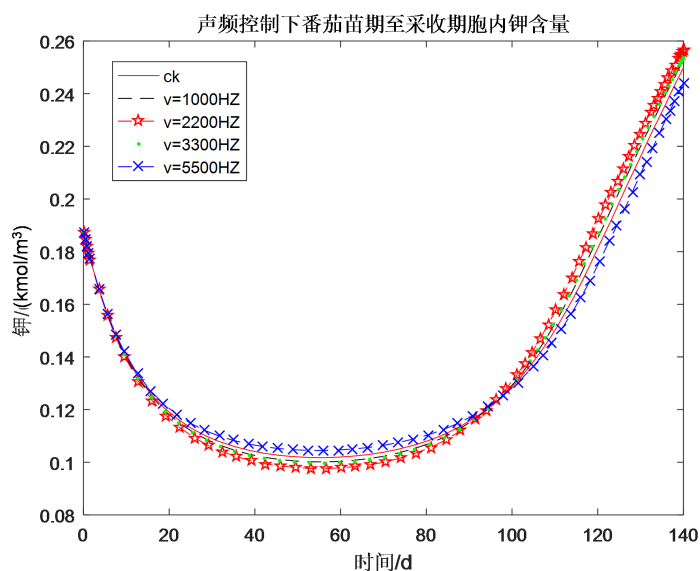


Figure 6. Curves of potassium content in tomato cells from seedling stage to harvest stage under the control of sound waves of different frequencies

图 6. 声频控制下番茄苗期至采收期的胞内钾元素含量曲线

4. 结论

在本文中, 首先依据植物生长发育过程中的基本事实和番茄生长所需的最基本的碳氮钾养分, 利用质量守恒律建立了番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型(10)。模型(10)的数值模拟结果表明, 番茄生长发育的碳氮钾需求比例微分方程模型(10)的模拟结果与表 1 的试验数据比较吻合, 因此该模型可用于模拟番茄的生长发育过程。

然后, 进一步考虑声频控制处理对番茄生长发育的影响, 给出声频影响下番茄的碳氮钾需求比例微分方程模型(13)。在对模型(13)进行数值模拟时, 对比不同声频影响与自然状态下的番茄总干重、番茄内源物质含量这两方面的动态差异, 得出的结论是: 适当的声频控制确实能对番茄的生长发育产生一定的影响, 总体而言是促进番茄生理变化与生长发育的, 且有一定的时间累积效应; 适当的声频处理能加快番茄的生长速度, 达到提前早熟一周的效果; 对番茄总干重、番茄胞内 C、N、K 元素含量的数值模拟结果来看, 2200 HZ 是番茄生长的最佳频率, 促进对 C、N、K 元素的吸收, 其中对番茄 N 元素的吸收影响效果显著, 有助于促进番茄的光合作用以及蛋白质的合成, 这将有效提高番茄果实的品质并提前成熟, 从而提早上市获得更好的经济效益; 然而, 当频率过大, 超过 5500 HZ 时, 就会减缓番茄生长发育的速度以及对 C、N、K 元素的吸收, 起到抑制的作用, 不利于番茄的生长发育, 甚至导致晚熟。因此, 可以通过合理地利用 2200 HZ 的声频控制处理提升番茄的产量和品质, 同时也能有效保护土壤, 不污染环境, 符合环境保护和生态农业的发展要求。

参考文献

- [1] 张芳园, 刘玉春, 蔡伟, 等. 水氮调控对日光温室番茄生长和产量的影响[J]. 中国农村水利水电, 2018(4): 1-5, 9.
- [2] 王军君. 氮钾营养对雾培系统中不同番茄品种产量和营养品质的影响[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- [3] 朱本岳, 马秋兰, 孙韧, 等. 氮磷钾肥不同用量和对比对番茄产量及品质的影响[J]. 浙江农业科学, 1992, 131-133.

- [4] 张恩平, 谭福雷, 王月, 等. 氮磷钾与有机肥配施对番茄产量品质及土壤酶活性的影响[J]. 园艺学报, 2015, 42(10): 2059-2067.
- [5] 侯天侦, 李保明, 滕光辉, 等. 植物声频控制技术的研究及应用进展[J]. 中国农业大学学报, 2010, 15(1): 106-110.
- [6] 李明金, 李向军, 王岩, 等. 植物声频控制技术在农业上的应用[J]. 农业装备技术, 2006, 32(2): 40-41.
- [7] 王宏江, 王明亮, 黄维兵. 植物声频控制技术在棉花上的应用效果研究[J]. 新疆农业科学, 2009, 46(2): 415-418.
- [8] 樊荣, 周清, 赵冬梅. 植物声频控制技术对黄瓜叶绿素荧光特性的影响[J]. 西北农业学报, 2010, 19(1): 194-197.
- [9] 蔡卫明. 声频调控对水培植物生长效应的研究[D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- [10] 姜仕仁, 黄俊. 6种不同声频对豇豆苗期生长影响的研究[J]. 安徽农业科学, 2011, 39(17): 10223-10226, 10236.
- [11] 柏明娥, 姜仕仁, 童富良, 等. 音乐声频对温室蔬菜生长和产量的影响[J]. 浙江农业科学, 2012(1): 55-58.
- [12] 张大克. 蔬菜产量氮肥效应预测的理论模型[J]. 生物数学学报, 1998, 13(1): 118-123.
- [13] 张林, 化存才, 强继业. 降低 UV-B 辐射对烤烟株高影响的非自治 Logistic 模型[J]. 生物数学学报, 2012, 27(4): 689-694.
- [14] 李德盛. 植物生长发育问题的微分方程建模[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 云南师范大学, 2019.
- [15] 李文斌. 声频控制对水稻分蘖期生长影响的微分方程建模[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 云南师范大学, 2019.
- [16] 谭永基, 蔡志杰, 俞文. 数学模型[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2005: 190-199.
- [17] 李远新, 李进辉, 何莉莉, 等. 氮磷钾配施对保护地番茄产量及品质的影响[J]. 中国蔬菜, 1997(4): 12-15.
- [18] Heuvelink, E. (1995) Growth, Development and Yield of a Tomato Crop: Periodic Destructive Measurements in a Greenhouse. *Scientia Horticultutae*, **61**, 77-99. [https://doi.org/10.1016/0304-4238\(94\)00729-Y](https://doi.org/10.1016/0304-4238(94)00729-Y)
- [19] 王新, 马富裕, 刁明, 等. 滴灌番茄临界氮浓度、氮素吸收和氮营养指数模拟[J]. 农业工程学报, 2013(18): 99-108.
- [20] 张俊芳. 植物声频控制技术在现代农业中的应用进展[J]. 宁夏农林科技, 2012, 53(11): 80-81.
- [21] 孟庆午, 周清, 高杨, 等. 声频处理对番茄光合荧光特性的影响[J]. 江西农业学报, 2011, 23(12): 57-59.
- [22] 党焱. 音乐音频对温室蔬菜生长产量影响[J]. 陕西农业科学, 2019, 65(4): 57-58, 61.