

基于ARMA-GARCH模型和马尔科夫链的 人民币汇率预测

李振源, 许学军

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年5月11日; 录用日期: 2024年6月12日; 发布日期: 2024年6月30日

摘要

本文构建人民币汇率的ARMA-GARCH模型, 又引入马尔可夫链模型, 试图探寻我国在岸人民币汇率的规律。从ARMA-GARCH(1,1)模型提取标准误差与马尔可夫链预测的汇率涨跌幅均值结合, 对短期内汇率变化范围进行预测, 可以预测7个交易日内的汇率上限, 但存在精度问题需要后续研究改进。

关键词

人民币汇率, ARMA-GARCH, 马尔可夫链

RMB Exchange Rate Prediction Based on ARMA-GARCH Model and Markov Chain

Zhenyuan Li, Xuejun Xu

Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: May 11th, 2024; accepted: Jun. 12th, 2024; published: Jun. 30th, 2024

Abstract

This paper presents an ARMA-GARCH model of the RMB exchange rate and subsequently introduces a Markov chain model with the objective of exploring the pattern of China's onshore RMB exchange rate. The standard error extracted from the ARMA-GARCH(1,1) model is combined with the mean value of the exchange rate rise and fall predicted by the Markov chain to predict the range of exchange rate changes in the short term. It is possible to predict the upper limit of the exchange rate within seven trading days. However, subsequent research is required to improve the accuracy of this prediction.

Keywords

RMB Exchange Rate, ARMA-GARCH, Markov Chain

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着我国经济的蓬勃发展, 对外开放的步伐日益加快, 与世界各国的经贸往来也日趋频繁。在此背景下, 人民币汇率作为连接国内外市场的重要桥梁, 其变动不仅直接影响着我国的进出口贸易, 更关乎国家经济的稳定与发展。由于全球经济的复杂性, 人民币汇率受到多种因素的影响, 包括国际政治经济形势、市场供需关系、投资者预期等, 其波动性和随机性愈发显著。汇率的波动直接影响到跨国交易的成本、风险以及国家外汇储备的价值。汇率的准确预测不仅能帮助企业规避外汇风险, 优化资金管理, 还能为政府决策提供有力的数据支持。正因如此, 汇率预测一直是金融研究领域的重要课题, 吸引着众多学者的关注。

当前, 对汇率的预测方法主要分为参数方法和非参数方法两大类。参数方法中的广义自回归异方差模型(GARCH 模型)已被广泛应用于金融市场数据的研究中, 为风险管理和投资决策提供重要依据。它能够捕捉时间序列数据的波动性规律, 较好的拟合金融市场因子时间序列尖峰厚尾特征, 比较适合用于分析金融时间序列数据的条件方差。叶青(2000)在研究我国股票市场潜在风险时引入 GARCH(1,1)-M 模型, 构建的 VaR 模型具有较好的拟合效果[1]。郑振龙和黄慧舟(2010)在对香港恒生指数期权市场的研究中发现, GARCH(1,1)模型在预测未来一周时所含信息较多, 对较短期限有较强的预测能力[2]。而在人民币汇率的研究中 GARCH 模型同样使用广泛。谷宇和高铁梅(2007)基于均衡汇率理论和 GARCH 模型对汇率波动性进行度量, 分析了人民币汇率波动性对中国进出口的长短期影响[3]。赵华(2007)在人民币汇率与利率之间的动态变化关系研究中构建了向量自回归多元 GARCH 模型, 对价格和波动溢出效应进行了细致的研究[4]。骆珣和吴建红(2009)进一步验证了我国外汇市场确实存在 ARCH 效应, 且 GARCH 模型能够较好地拟合汇率体制改革后的人民币汇率数据[5]。在不同模型的对比中, 苏岩和杨振海(2007)发现 GARCH(1,1)模型在 GARCH 族模型中对人民币/日元汇率的变化率有最好的拟合效果[6]。伍戈和裴诚(2012)将研究扩大到 CNY 市场、CNH 市场以及 NDF 市场三个不同人民币外汇市场, 使用 AR-GARCH 模型检验了三个市场的联动关系[7]。

然而, 金融市场的复杂性使得基于数据间关系的参数模型在某些情况下可能失效, 非参数方法的出现提供了新的解决思路。非参数方法不依赖于特定概率分布的模型假设, 而是直接通过输入数据与观察结果之间的联系来进行分析。这种方法在处理非线性、非平稳数据时具有独特的优势。特别是马尔可夫链, 它能够通过模拟随机状态的转移来刻画数据的动态变化, 为复杂系统的建模提供了新的思路。马尔可夫链在金融领域有较多的应用。在银行贷款方面, 于立勇等(2000)对商业银行五级贷款按照稳健的贷款损失概率进行了分析, 使用吸收态马尔可夫链计算得到了逾期贷款损失概率分布[8]。在股票市场方面, 夏莉和黄正洪(2003)对 23 个交易日内的股票收盘价变动进行走势和区间分析, 使用马尔可夫链对后一个交易日的股价进行预测[9]。在汇率预测方面, 陈孳等(2001)和李慧君等(2002)分别验证了马尔可夫模型对日元汇率的预测能力[10] [11]。王竹芳、潘德惠和宋俊清(2005)通过确定马尔可夫过程的转移速度矩阵并

用拉普拉斯变换进行求解, 建立汇率短期预测模型, 具有较好的预测效果[12]。现有马尔可夫链的应用多为状态或区间预测。房光友(2010)采用马尔可夫链对不同资产质量建立了银行信贷资产质量预测模型[13]。陈敏和魏金明(2006)通过对一年期美元/人民币汇率区间的 5 个状态建立马尔可夫链, 认为中长期人民币汇率稳定且有升值空间[14]。刘岩和刘芳(2007)对 5 个月的人民币汇率数据进行状态分析, 认为人民币汇率先呈上升态势后稳定[15]。

本文分别对人民币汇率建立 ARMA-GARCH 模型和马尔可夫链对未来汇率进行预测, 发现两者对汇率的预测均存在较大误差, 其中 ARMA-GARCH 模型对汇率波动性刻画较好, 马尔可夫链对汇率期望刻画相对较好, 进而结合两者对汇率进行重新预测, 发现对 7 个交易日内的短期汇率变化范围具有较好刻画。

本文的创新之处在于, 尝试将广义自回归异方差模型对波动性的精准预测与非参数方法中马尔可夫链对随机状态转移的灵活模拟相结合, 旨在对人民币汇率变化进行更为精准的区间预测。这种综合方法的应用, 不仅能够捕捉到汇率波动的动态特征, 还能够更好地适应金融市场的非线性变化。本文通过对预测效果的深入分析, 评估不同预测方法的优劣, 并据此提出改进方向, 为后续的汇率预测研究提供有益的参考, 以期在复杂多变的金融市场中为企业和决策者提供更加可靠的数据支持。

2. 模型介绍

2.1. ARMA-GARCH 模型

ARMA-GARCH 模型是一个在金融时间序列分析中广泛应用的模型, 它结合了自回归移动平均 (ARMA) 模型和广义自回归条件异方差 (GARCH) 模型的特点, 用于同时模拟时间序列的均值和方差动态。其中, ARMA 部分用于建模时间序列的均值, 而 GARCH 部分则用于建模时间序列的方差。

ARMA 模型描述了时间序列数据与其过去值以及随机扰动项之间的关系。ARMA(p, q) 模型的一般形式为:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

其中, Y_t 是时间序列在时刻 t 的值, c 是常数项, ϕ_i 是自回归系数, θ_i 是移动平均系数, ε_t 是时刻 t 的误差项, 自回归部分的滞后阶数为 p , 移动平均部分的滞后阶数为 q 。

对于平稳的 ARMA(p, q) 模型 $Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$, 要想预测后一期 Y_{t+1} , 那么 Y_{t+1} 的条件均值需要满足 $E(Y_{t+1}) = c + \phi_1 Y_t$, 该模型误差项的条件方差为 $E(\varepsilon_{t+1}^2) = E\left\{[Y_{t+1} - (c + \phi_1 Y_t)]^2\right\} = \sigma^2$ 。当上述模型的条件方差不是一个恒定的常数时, 说明该时间序列存在异方差, 考虑构建自回归条件异方差 (ARCH) 模型, 用过去的误差项平方序列拟合当前的条件方差, 其结构为:

$$\varepsilon_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \gamma_p \varepsilon_{t-p}^2 + \eta_t \quad (2)$$

其中, η_t 独立同分布, 均值为零且方差为常数。

由于使用 ARCH 模型会产生很高的阶数, 增加大量的参数, 这会导致估计效率和精度大大降低, 从而降低该模型的拟合精度, 因此将条件方差引入方程中, 把 ARCH 模型写成 ARMA 模型的形式, 得到 GARCH 模型, 用于建模时间序列的波动性。GARCH(p, q) 模型的一般形式为:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (3)$$

其中, σ_t^2 是时刻 t 的条件方差, α_i 和 β_i 模型的参数, ε_t 是时刻 t 的误差项。

在 ARMA-GARCH 模型中, ARMA 部分用于捕捉时间序列的均值动态, GARCH 部分则用于捕捉时间序列的波动性动态, 模型提供更为全面的数据分析视角, 在处理金融时间序列数据时具有较好的预测

性能。与其他复杂模型(如神经网络、支持向量机等)相比, ARMA-GARCH 模型具有更强的可解释性和更少的参数需求。

2.2. 马尔可夫链

马尔可夫链(Markov Chain, MC)是概率论和数理统计中具有马尔可夫性质且存在于离散的指数集和状态空间内的随机过程。它用于描述一系列事件中, 下一个事件只与当前事件有关, 而与之前的事件无关的特性。马尔可夫链由状态空间和转移概率组成。状态空间是所有可能状态的集合, 而转移概率则定义了从一个状态转移到另一个状态的可能性。马尔可夫链能够简化复杂系统的建模过程, 通过仅考虑当前状态来预测未来状态, 降低了模型的复杂度。此外, 它在处理序列数据时表现出色, 能够捕捉序列中的依赖关系。

马尔可夫链的特点是当随机过程在时刻 t_{n-1} 的状态已知的条件下, 它在时刻 t_n 所处的状态仅与时刻 t_{n-1} 的状态有关, 而与过程在 t_{n-1} 以前的状态无关。对马尔可夫链, 系统在某时刻从状态 a 经过 n 步转移后处于状态 b 的概率称为 n 步转移概率。由一步转移概率 P_{ab} 为元素构成的矩阵 P_1 称为一步转移矩阵, 由所有 n 步转移概率 $P_{ab}(n)$ 为元素组成的矩阵 P_n 称为 n 步转移矩阵。 n 步转移矩阵 P_n 与一步转移矩阵 P_1 具有以下关系 $P_n = P_1^n$ 。设 $P(n)$ 是状态在第 n 步的概率分布向量, 则由矩阵乘法可得 $P(n) = P(0)P_1^n$, 其中 $P(0)$ 为初始时状态的概率分布向量。

对于 m 个状态区间, $X_t (t=1, 2, \dots, n)$ 表示 t 时刻所处的状态区间, 用 χ^2 统计量来检验随机时间序列 X_t 是否具有马氏性, 步骤如下: 用 f_{ij} 表示在 (X_1, X_2, \dots, X_n) 中从状态 i 经过一步转移到状态 j 的频数, 并将 $(f_{ij})_{m \times m}$ 的第 j 列之和除以各行各列的总和所得到的值记为 P_j , 即:

$$P_j = \frac{\sum_{i=1}^m f_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (4)$$

$$P_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (5)$$

$$\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij} \left| \log \frac{P_{ij}}{P_j} \right| \quad (6)$$

当 m 比较大时, 卡方统计量 χ^2 服从自由度为 $(m-1)^2$ 的 χ^2 分布。 χ^2 大于相应置信度下的分布统计量, 可认为符合马氏性。

3. 实证分析

3.1. 数据选择与描述性统计

数据选择 2018 年 7 月 4 日至 2022 年 4 月 29 日的美元/人民币在岸汇率, 以汇率的每日涨跌幅作为研究数据, 共 929 条, 数据来源于同花顺 iFind 数据库。汇率涨跌幅分布情况见图 1。数据描述性统计见表 1。

Table 1. Descriptive statistic

表 1. 描述性统计量

	观测值	均值	中位数	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Bera 统计量
汇率涨跌幅	929	0.000014	0	0.014884	-0.014257	0.002584	0.323530	8.479068	1178.238

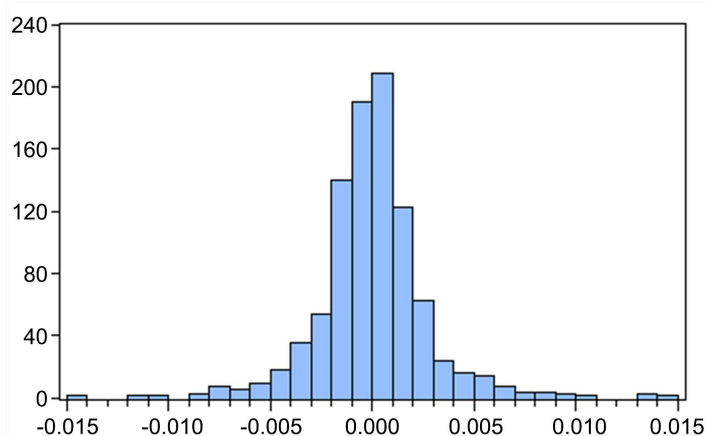


Figure 1. Distribution of exchange rate fluctuations
图 1. 汇率涨跌幅分布

从表 1 可以看出美元/人民币在岸汇率的均值接近 0；偏度大于 0，呈现右偏分布特征；峰度大于 3，表现为尖峰厚尾的分布特征；Jarque-Bera 统计量显著，拒绝正态分布的假定。从图 1 也可以看出美元/人民币在岸汇率右偏分布特征较为明显。

3.2. ARMA-GARCH 模型对汇率涨跌幅波动的刻画

对汇率数据的涨跌幅进行 ARMA-GARCH 模型分析。在时间序列分析的过程中为了避免“伪回归”问题，要求所分析的时间序列必须具备平稳性，体现在时间序列的均值和方差不随时间变化，其协方差也只与时间间隔相关，而非具体时间点。在建模分析之前，需要对汇率涨跌幅序列进行单位根检验。单位根检验结果见表 2。通过单位根检验可以看出，美元/人民币在岸汇率的涨跌幅数据趋于平稳。涨跌幅数据见图 2，可以明显看出，部分涨跌幅波动小，部分数据波动较大，说明该时间序列有异方差性。

Table 2. Unit root test

表 2. 单位根检验

	ADF 检验 P 值	检验结果
汇率涨跌幅	0.0000	平稳

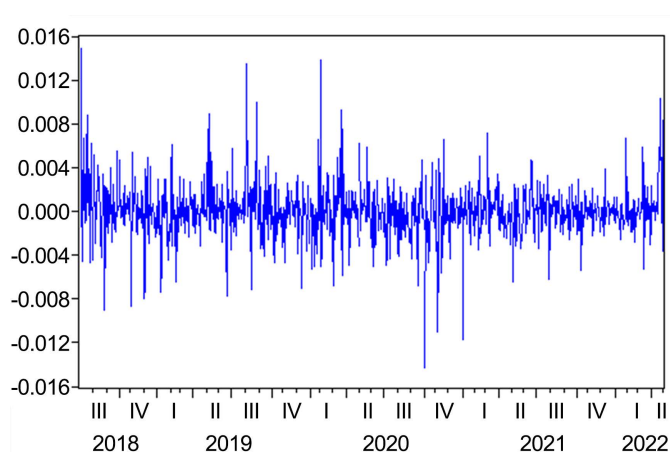


Figure 2. Time series chart of exchange rate fluctuations
图 2. 汇率涨跌幅时序图

对汇率涨跌幅进行自相关图分析, 其自相关系数(ACF)和偏自相关系数(PACF)均无明显截尾现象, 使用经模型识别和序列相关性检验后选择 ARMA(5,5)和 AR(12)作为备选模型。AIC 准则和 BIC 准则判断情况见表 3。

Table 3. The order determination of model ARMA

表 3. ARMA 模型定阶

	AIC 准则	BIC 准则
AR(p)	12	5
MA(q)	0	5

对 ARMA(5,5)和 AR(12)模型进行 ARCH 效应检验, 结果见表 4。两组模型 LM 统计量的 P 值均小于 0.05, 表示均存在 ARCH 效应, 在此基础上用 t 分布拟合建立 GARCH 模型, 并比较 GARCH 族模型发现 GARCH(1,1)显著性较好(0.01 显著性水平)。模型参数估计情况分别见表 5、表 6。

Table 4. The test of ARCH effect

表 4. ARCH 效应检验

	Obs*R-squared	P-value
ARMA(5,5)	8.102221	0.0044
AR(12)	9.176106	0.0025

Table 5. The estimation of ARMA(5,5)-GARCH(1,1) model

表 5. ARMA(5,5)-GARCH(1,1)模型参数估计

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	P-value
Constant-ARMA	-6.56E-05	0.000082	-0.802556	0.4222
AR(5)	0.391496	0.079023	4.954224	0.0000
MA(5)	-0.358437	0.085647	-4.185054	0.0000
Constant-GARCH	3.19E-06	3.25E-07	9.803596	0.0000
RESID(-1)^2	0.295827	0.038527	7.678489	0.0000
GARCH(-1)	0.250471	0.062760	3.990938	0.0001

Table 6. The estimation of AR(12)-GARCH(1,1) model

表 6. AR(12)-GARCH(1,1)模型参数估计

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	P-value
Constant-AR	-7.35E-05	8.45E-05	-0.870630	0.3840
AR(12)	0.089147	0.028472	3.131046	0.0017
Constant-GARCH	3.11E-06	3.31E-07	9.423887	0.0000
RESID(-1)^2	0.277036	0.036605	7.568228	0.0000
GARCH(-1)	0.264265	0.064237	4.113929	0.0001

两组模型中 ARMA 部分的常数项均不显著, 其余各项显著性较好。构建模型时剔除 ARMA 部分的常数项。

ARMA(5,5)-GARCH(1,1)模型:

$$Return_t = 0.391496 \times Return_{t-5} + \varepsilon_t - 0.358437 \times \varepsilon_{t-5} \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = 3.19 \times 10^{-6} + 0.295827 \times \varepsilon_{t-1}^2 + 0.250471 \times \sigma_{t-1}^2 \tag{8}$$

AR(12)-GARCH(1,1)模型:

$$Return_t = 0.089147 \times Return_{t-12} + \varepsilon_t \tag{9}$$

$$\sigma_t^2 = 3.11 \times 10^{-6} + 0.277036 \times \varepsilon_{t-1}^2 + 0.264265 \times \sigma_{t-1}^2 \tag{10}$$

分别以 ARMA(5,5)-GARCH(1,1)、AR(12)-GARCH(1,1)对未来 7 天、19 天汇率进行预测, 得到汇率预测情况如图 3(a)、图 3(b)所示。从图表可以看出两个统计模型对汇率预测情况较差, 预测值与实际值有较大出入。具体使用平均绝对误差(MAE)和均方根误差(RMSE)进行预测精度衡量, 数值越小说明预测精度越好。计算方法分别为:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |actual_k - predicted_k| \tag{11}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (actual_k - predicted_k)^2}{n}} \tag{12}$$

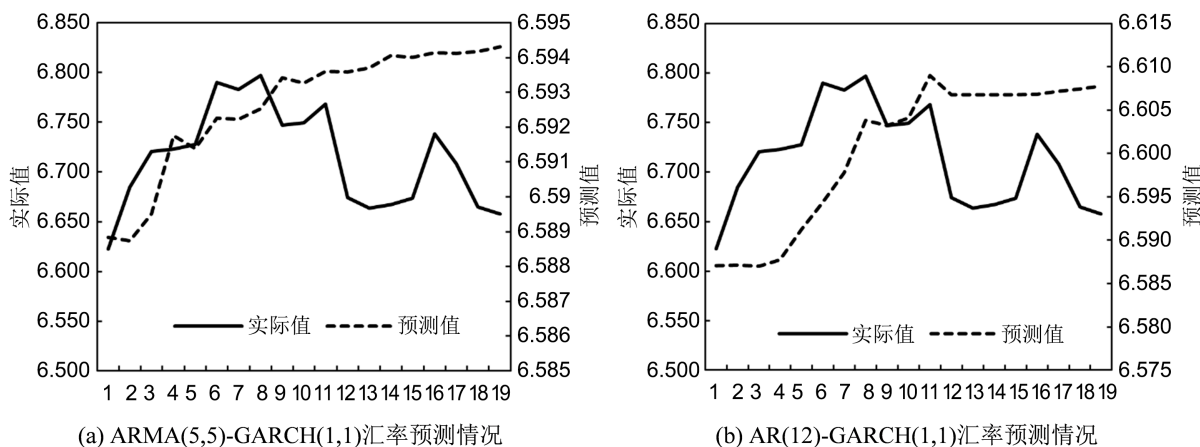


Figure 3. Forecasts of exchange rates generated by the GARCH model
图 3. GARCH 模型汇率预测情况

分别对 ARMA(5,5)-GARCH(1,1)、AR(12)-GARCH(1,1)计算未来 7 天、19 天预测汇率的 MAE、RMSE, 得到结果如表 7 所示。比较两个模型, 可以发现 AR(12)组在 19 天跨度下有着更小的 MAE 和 RMSE, 对未来 19 天汇率预测相对较好; 而在 7 天跨度下 MAE 显示 ARMA(5,5)组较好, RMSE 显示 AR(12)组较好, 但两组模型的数值均较为接近, 没有明显差异。

Table 7. MAE and RMSE value of GARCH model
表 7. GARCH 模型 MAE 与 RMSE 情况

	7 days		19 days	
	MAE	RMSE	MAE	RMSE
ARMA(5,5)-GARCH(1,1)	0.1308	0.1407	0.1210	0.1306
AR(12)-GARCH(1,1)	0.1311	0.1403	0.1131	0.1238

考虑到 GARCH 模型对波动率刻画较为有效, 分别计算两组模型误差项未来 7 天、19 天的标准差均值, 并与未来 7 天、19 天实际美元/人民币在岸汇率的标准差进行比较, 结果见表 8。

Table 8. The standard deviation fitting of GARCH model
表 8. GARCH 模型标准差拟合情况

	7 days			19 days		
	Actual S.D.	S.D. Mean	Percentage	Actual S.D.	S.D. Mean	Percentage
ARMA(5,5)-GARCH(1,1)	0.055287	0.054803	0.88%	0.050732	0.052577	3.64%
AR(12)-GARCH(1,1)		0.054187	1.99%		0.052132	2.76%

通过模型误差项标准差的均值(S.D. Mean)与实际汇率标准差(Actual S.D.)的比较可以发现, 两组模型对未来 19 天汇率的标准差刻画较好, 且 AR(12)组更胜一筹; 而对未来 7 天汇率标准差的刻画, 两组模型更加精确, 差异率均在 2% 以内, ARMA(5,5)组更佳, 差异率仅为 0.88%。模型对 7 天内汇率的波动情况有较好拟合, 因此考虑提取模型误差的标准差序列 $\{\sigma_t\}$ 作为波动因子, 短期内汇率波动情况进行模拟。

3.3. 马尔可夫链对汇率涨跌幅期望的刻画

马尔可夫链要求划分随机过程的状态, 以往研究中往往采取划分价格区间的做法, 这种做法得到的是未来资产价格区间的预测。本文调整了以往研究思路, 将汇率日收盘价转换为日涨跌幅, 根据样本美元/人民币在岸汇率涨跌幅情况, 将其划分为 6 个区间, 并统计了各区间的样本频数, 得出转移频数矩阵, 见表 9、表 10。进一步计算得转移频率矩阵, 并作为一步转移矩阵的估计, 记为 6×6 的矩阵 $[P_i]$, 见表 11。对于表 10、表 11, 行记为区间 a, 列记为区间 b, 其中频数 $F_{a,b}$ 或概率 $P_{a,b}$ 表示从区间 a 转移至区间 b 的频数或概率。

Table 9. The interval division of the rise and fall, and the frequency of the sample
表 9. 涨跌幅区间划分及样本频数

涨跌幅区间	$(-\infty, -0.5\%]$	$(-0.5\%, -0.2\%]$	$(-0.2\%, 0]$	$(0, 0.2\%)$	$[0.2\%, 0.5\%)$	$[0.5\%, \infty)$
样本频数	26	107	306	296	102	33

Table 10. Frequency of sample interval transfers
表 10. 样本区间转移频数

a\b	$(-\infty, -0.5\%]$	$(-0.5\%, -0.2\%]$	$(-0.2\%, 0]$	$(0, 0.2\%)$	$[0.2\%, 0.5\%)$	$[0.5\%, \infty)$
$(-\infty, -0.5\%]$	2	4	5	8	6	1
$(-0.5\%, -0.2\%]$	6	10	32	41	11	6
$(-0.2\%, 0]$	7	46	114	125	32	8
$(0, 0.2\%)$	6	28	124	124	39	8
$[0.2\%, 0.5\%)$	3	14	46	25	11	3
$[0.5\%, \infty)$	2	5	11	6	3	6

Table 11. One-step transfer matrix
表 11. 一步转移矩阵

a\b	$(-\infty, -0.5\%]$	$(-0.5\%, -0.2\%]$	$(-0.2\%, 0]$	$(0, 0.2\%)$	$[0.2\%, 0.5\%)$	$[0.5\%, \infty)$
$(-\infty, -0.5\%]$	7.69%	15.38%	19.23%	30.77%	23.08%	3.85%
$(-0.5\%, -0.2\%]$	5.66%	9.43%	30.19%	38.68%	10.38%	5.66%
$(-0.2\%, 0]$	2.11%	13.86%	34.34%	37.65%	9.64%	2.41%
$(0, 0.2\%)$	1.82%	8.51%	37.69%	37.69%	11.85%	2.43%
$[0.2\%, 0.5\%)$	2.94%	13.73%	45.10%	24.51%	10.78%	2.94%
$[0.5\%, \infty)$	6.06%	15.15%	33.33%	18.18%	9.09%	18.18%

首先根据公式(6)用 χ^2 统计量来检验汇率涨跌幅 $Return_t$ 是否具有马氏性。本文共划分 6 个汇率涨跌幅区间, 选择置信度为 1%, 查表得 $\chi_{0.01}^2(25)$ 值并根据公式(4)、(5)、(6)可得马氏性检验的卡方统计量: $\chi^2 = 246.46 > 44.31 = \chi_{0.01}^2(25)$ 。可认为本文所用汇率涨跌幅样本符合马氏性。

以 4 月 29 日(状态(-0.2%,0))为起始, 预测 19 个交易日后 5 月 31 日的美元/人民币汇率。行向量[0,0,1,0,0,0]记为初始状态 $[P_0]$ 。计算 6 段区间内实际汇率的平均涨跌幅作为区间涨跌幅的代表值, 取涨跌幅+1 为平均变化, 记为列向量 $[R_0]$, 具体见表 12。

Table 12. The mean value of the rise and fall of the interval

表 12. 区间平均涨跌幅

涨跌幅区间	$(-\infty, -0.5\%]$	$(-0.5\%, -0.2\%]$	$(-0.2\%, 0]$	$(0, 0.2\%)$	$[0.2\%, 0.5\%)$	$[0.5\%, \infty)$
涨跌幅	-0.7178%	-0.3062%	-0.0868%	0.0807%	0.3021%	0.7324%
平均变化	0.992822	0.996938	0.999132	1.000807	1.003021	1.007324

计算矩阵乘法 $P_0(P_1)^t R_0$, 即为未来第 t 期汇率涨跌的变化情况, 记为汇率变化序列 $\{R_t\}$, 进而可得到汇率涨跌幅序列 $\{r_t\}$, 有 $r_t = R_t - 1$ 。计算过程中基于 python 调用 quantecon 库 MarkovChain 函数, 或构建循环计算得到目标日概率分布。进一步计算得到美元/人民币在岸汇率未来第 19 天预测值为 6.5879 元。而实际汇率为 6.6578 元; 未来第 7 天预测值为 6.5875, 实际汇率为 6.7830。对汇率的预测在数值上有较大出入, 进一步比较未来 7 天与 19 天的汇率预测精度, 同样使用 MAE 与 RMSE 指标, 具体见表 13。可以看出, 马尔可夫链对未来 7 天、19 天汇率的描述精度并没有较大改善。

Table 13. MAE and RMSE value of Markov Chain

表 13. 马尔可夫链 MAE 与 RMSE 情况

	7 days		19 days	
	MAE	RMSE	MAE	RMSE
Markov Chain	0.1341	0.1441	0.1260	0.1353

考虑到马尔可夫链对汇率随机过程的模拟, 会在一定区间后收缩为稳定态, 即汇率涨跌幅的预测值趋近于固定值, 这显然不符合实际涨跌幅的变动。表 14 为对未来均值的预测情况, 可以看出对于均值的拟合有一定效果。提取预测涨跌幅序列 $\{r_t\}$ 作为期望因子序列进行汇率模拟。

Table 14. Mean fitting of Markov Chain

表 14. 马尔可夫链均值拟合情况

	7 days			19 days		
	Actual mean	Fitting mean	percentage	Actual mean	Fitting mean	percentage
Markov Chain	6.7136	6.5876	1.88%	6.7134	6.5876	1.87%

3.4. 模型结合

结合 ARMA(5,5)-GARCH(1,1)模型的波动预测和马尔可夫链的期望预测, 构造 $\{r_t \pm \sigma_t\}$ 、 $\{r_t \pm 2\sigma_t\}$ 、 $\{r_t \pm 3\sigma_t\}$ 作为未来短期内汇率的预测区间。对未来 19 天、7 天的区间预测效果图如图 4 所示。

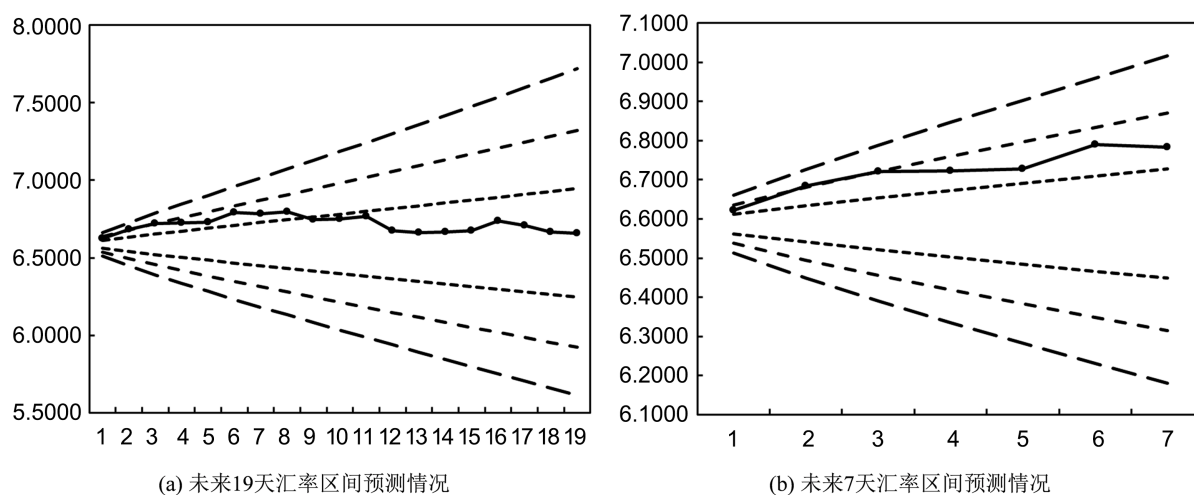


Figure 4. Modeling combined forecasts of exchange rate bands

图 4. 模型结合对汇率区间预测情况

Table 15. MAE and RMSE value of modeling combined forecasts

表 15. 模型结合预测的 MAE 与 RMSE 情况

	7 days				19 days			
	MAE- σ	RMSE- σ	MAE- 2σ	RMSE- 2σ	MAE- σ	RMSE- σ	MAE- 2σ	RMSE- 2σ
Combined Model	0.0446	0.0484	0.0246	0.0352	0.1122	0.1431	0.2821	0.3607

通过汇率区间预测效果图可以看出, 虽然短期汇率走势完全落在 $\{r_t \pm 3\sigma_t\}$ 区间之内, 但是区间预测的精确度很差, 且实际汇率走势多在区间上界范围附近。这主要是因为马尔可夫链存在一个平稳状态, 此时一步概率转移矩阵为固定矩阵, 预测值序列呈指数序列, 因为汇率涨跌幅取值较小, 使得预测得到的汇率序列呈类直线趋势。 $\{r_t + \sigma_t\}$ 序列与 $\{r_t + 2\sigma_t\}$ 序列在未来 7 天和 19 天的预测精度见表 15。可以看出, 相比 19 天, 模型对未来 7 天的预测情况更好。7 天实际汇率与 $\{r_t + \sigma_t\}$ 序列的 MAE 和 RMSE 分别为 0.0446 和 0.0484; 7 天实际汇率与 $\{r_t + 2\sigma_t\}$ 序列的 MAE 和 RMSE 分别为 0.0246 和 0.0352。

4. 总结

在深入对比了 ARMA-GARCH 模型和马尔可夫链两种方法后, 可以得出以下观察和分析。首先, ARMA-GARCH 模型在捕捉汇率的短期涨跌幅波动方面展现出了显著的优势。然而, 当预测的时间跨度拉长时, 该模型的表现并未能达到预期效果, 其预测能力并不突出。这显示了该模型在单变量时间序列数据分析上的局限性, 特别是在处理长期预测时的不足。另一方面, 马尔可夫链方法的应用也面临一些挑战。其一步转移矩阵需要随着汇率数据的更新而不断调整, 这增加了模型应用的复杂性和动态性。更重要的是, 由于马尔可夫链预测是基于状态转移的特性, 它只能预测未来某个时间点汇率落在各个区间的概率。即使尝试通过构建涨跌幅区间的调整方法来预测, 其结果仍然会受到所选择的涨跌幅区间划分方法的显著影响。

为了提升这两种方法的预测精度, 可以从几个角度进行改进。首先, 可以先从中长期的角度对汇率涨跌趋势进行划分。对于汇率的预测, 在一个更长的时间维度上从数据池中截取信息, 以判断预测区间内的汇率是处于上涨、持平还是下跌的趋势。这种趋势分析可以更好地理解汇率的长期行为, 并为进一步的短期预测提供有价值的背景信息。此外, 针对马尔可夫链的区间划分问题, 可以考虑进一步细化状

态区间。通过收窄状态区间的范围,可以更精确地捕捉汇率的细微变化,并减少由于区间涨跌幅选择问题所带来的预测误差。这不仅可以提高预测的精度,还可以使模型更加灵活和敏感地适应市场的动态变化。

总的来说,虽然 ARMA-GARCH 模型和马尔可夫链在汇率预测中都有其独特的应用价值,但也应清楚地认识到它们的局限性和需要改进的地方。通过结合中长期趋势分析和细化状态区间等方法,有望进一步提升这两种模型在汇率预测中的准确性和可靠性。同时,这也指出了未来研究的方向,即如何更有效地结合不同的模型和方法,以应对复杂多变的金融市场环境。

致 谢

感谢上海理工大学管理学院王美娇副教授、廖昕副教授对文章模型的指点和帮助。

参考文献

- [1] 叶青. 基于 GARCH 和半参数法的 VaR 模型及其在中国股市风险分析中的应用[J]. 统计研究, 2000, 17(12): 25-29.
- [2] 郑振龙, 黄慧舟. 波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率[J]. 数量经济技术经济研究, 2010, 27(1): 140-150.
- [3] 谷宇, 高铁梅. 人民币汇率波动性对中国进出口影响的分析[J]. 世界经济, 2007(10): 51-59.
- [4] 赵华. 人民币汇率与利率之间的价格和波动溢出效应研究[J]. 金融研究, 2007(3): 41-49.
- [5] 骆珣, 吴建红. 基于 GARCH 模型的人民币汇率波动规律研究[J]. 数理统计与管理, 2009, 28(2): 295-300.
- [6] 苏岩, 杨振海. GARCH(1, 1)模型及其在汇率条件波动预测中的应用[J]. 数理统计与管理, 2007(4): 615-620.
- [7] 伍戈, 裴诚. 境内外人民币汇率价格关系的定量研究[J]. 金融研究, 2012(9): 62-73.
- [8] 于立勇, 李汉铃, 关龙. 基于具有吸收态马尔可夫链的银行逾期贷款风险分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2000, 17(11): 46-48.
- [9] 夏莉, 黄正洪. 马尔可夫链在股票价格预测中的应用[J]. 商业研究, 2003(10): 62-65.
- [10] 陈挚, 文军, 谢政. 灰色预测模型在汇率分析中的应用[J]. 模糊系统与数学, 2001, 15(3): 98-101.
- [11] 李慧君, 马媛, 伍海华. 论马尔可夫链在日元汇率预测中的应用[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2002, 17(2): 4-7.
- [12] 王竹芳, 潘德惠, 宋俊清. 时间连续的马尔柯夫过程在汇率预测中的应用[J]. 系统工程理论方法应用, 2005, 14(3): 222-225.
- [13] 房光友. 基于马尔可夫链的资产质量预测建模研究[J]. 计算机仿真, 2010, 27(12): 354-357.
- [14] 陈敏, 魏金明. 基于马尔可夫链模型的人民币汇率预测[J]. 时代金融, 2006(10): 26-28.
- [15] 刘岩, 刘芳. 马尔可夫链在人民币汇率预测中的应用[J]. 中国管理信息化(综合版), 2007, 10(3): 68-70.