

声学黑洞耦合动力吸振器复合梁振动特性研究

邓风帆¹, 贾秀娴², 于野^{1*}, 华春蓉¹, 解元伟¹

¹西南交通大学机械工程学院, 四川 成都

²西华大学汽车测控与安全四川省重点实验室, 四川 成都

收稿日期: 2024年5月17日; 录用日期: 2024年6月10日; 发布日期: 2024年6月17日

摘要

近年来, 声学黑洞(Acoustic Black Hole, ABH)结构由于其在控制结构振动和噪声上的优异表现, 得到了广泛的关注。将动力吸振器(Dynamic Vibration Absorber, DVA)和声学黑洞理论结合, 可以在包括低频的宽频带内实现更好的减振效果。首先针对ABH结构梁第二阶共振频率设计并测试DVA, 并通过振动实验分别测试ABH结构梁附加DVA (ABH + DVA)与附加阻尼层(ABH + Damp)的减振控制效果。然后, 建立有限元模型并用实验结果进行验证。最后通过有限元计算, 研究了ABH + DVA的宽频减振性能以及DVA参数对减振效果的影响。结果证明, ABH + DVA在目标频率附近有着更好的减振效果, 并且在非目标频率的其他高频共振峰也能实现振动控制。

关键词

车辆工程, 声学黑洞, 动力吸振器, 减振降噪, 有限元计算, 振动试验

Vibration Properties Investigation of an Acoustic Black Hole Beam with Dynamic Vibration Absorber

Fengfan Deng¹, Xiuxian Jia², Ye Yu^{1*}, Chunrong Hua¹, Yuanwei Xie¹

¹School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan

²Vehicle Measurement, Control and Safety Key Laboratory of Sichuan Province, Xihua University, Chengdu Sichuan

Received: May 17th, 2024; accepted: Jun. 10th, 2024; published: Jun. 17th, 2024

Abstract

In recent years, acoustic black hole (ABH) structures have attracted much attention due to their

*通讯作者。

文章引用: 邓风帆, 贾秀娴, 于野, 华春蓉, 解元伟. 声学黑洞耦合动力吸振器复合梁振动特性研究[J]. 机械工程与技术, 2024, 13(3): 215-225. DOI: 10.12677/met.2024.133026

excellent performance in controlling structural vibration and noise. The combination of Dynamic Vibration Absorber (DVA) and acoustic black hole theory can effectively suppress the vibration response over a wide frequency band, including low frequencies. Firstly, the DVA is designed and tested for the second resonance frequency of the ABH beam, and the vibration damping effect of the additional DVA (ABH + DVA) and the damping layer (ABH + Damp) of the ABH beam was tested by vibration experiments. Then, the finite element model is developed and verified through the experimental results. Finally, the wide-band vibration damping characteristic of ABH + DVA and the influence of DVA parameters on the vibration damping effect are studied by finite element calculation. The results show that ABH + DVA has vibration attenuation advantages near the target frequency and also can achieve vibration reduction at other higher and non-target resonant frequencies.

Keywords

Vehicle Engineering, Acoustic Black Holes, Dynamic Vibration Absorber, Vibration and Noise Control, Finite Element Calculation, Vibration Test

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着工业的发展,人们对工程结构的减振降噪能力要求越来越高。其中梁结构广泛存在于车身结构中,当梁结构受到机械振动时,可能导致结构疲劳损伤,因此,研究梁结构有效抑振措施对于保障系统安全运行至关重要[1]。传统的减振降噪措施已经难以满足工业的需求,应用新型减振降噪结构成为必然趋势。近几年,声学黑洞(Acoustic Black Hole,简称 ABH)结构由于其在控制振动和噪声上的优异表现,为结构减振设计提供新的方向。

所谓声学黑洞结构是通过使结构厚度按幂律渐变,改变结构阻抗从而调控弯曲波在结构中的波长和波速,可以实现能量在黑洞区域的聚集和耗散。理论上,当尖锐边缘厚度缩减至 0 时,声学黑洞可以吸收接近 100%的入射波能量,即不发生反射现象[2] [3]。但实际中,由于制造工艺的限制,ABH 结构边缘会存在一个具体厚度 h_0 ,导致 ABH 结构需要在截止频率以上才有良好的减振效果[3]。因此,很多学者为提升 ABH 结构抑振频带展开研究。Tang 等[4]基于小波分解能量法研究嵌入周期声学黑洞结构梁的结构动力特性,探究周期性声学黑洞带来的梁低频带隙特征。Deng [5] [6]通过在嵌入 ABH 结构的板上放置一组周期局部谐振器,提高了 ABH 结构在低频段的表现。王小东等[7]将 ABH 应用于双层加筋板中,通过优化耦合特性使声腔在低频声压处也获得显著控制。赵楠等[8]为提高浮筏系统隔振性能,将单个声学黑洞分解为 4 个小尺寸声学黑洞的分布式声学黑洞方案,从而使浮筏具有更好的低频隔振性能。Li [9] [10]通过引入接触碰撞系统的非线性机制以及能量传递效应,将振动能量从声学黑洞性能欠佳的低频段传递到声学黑洞效应显著的高频区域,从而使声黑洞结构的整体减振性能得到了提高。贾秀娟等[11] [12]将声学黑洞板结构与动力吸振器相结合,在声学黑洞区域添加一个弹簧质量系统,数值分析结果显示由于动力吸振器系统的存在,低频范围内的振动幅值大大降低。

以上内容总结了在拓宽声学黑洞宽频减振效果的研究,主要集中在对截止频率以下的低频振动控制。其中,加装动力吸振器可以在不改变系统参数的情况下有效控制振动[13],通过将声学黑洞结构与动力吸

振器结合能大大提升低频范围内的减振性能。但是目前将声学黑洞嵌入梁结构并附加动力吸振器的相关研究较少,且声学黑洞结构和动力吸振器结合缺乏实验研究。综上,本文根据动力吸振器的原理,设计一款小型动力吸振器,研究嵌入声学黑洞结构梁附加动力吸振器在低频段的表现,并基于此建立仿真模型,研究其宽频特性以及动力吸振器参数对振动控制的影响。

2. 动力吸振器设计

2.1. 动力吸振器原理

动力吸振器分为有阻尼动力吸振器和无阻尼动力吸振器,结合研究对象,本文选择有阻尼动力吸振器。图 1 为有阻尼的动力吸振器模型示意图,原理是在主系统上附加一个由弹簧、阻尼以及质量块构成的子系统,即弹簧-质量-阻尼的子系统——通过改变质量、刚度以及阻尼使动力吸振器处于谐振状态,从而转移并衰减主系统的振动。有阻尼的动力吸振器系统的动力微分方程为:

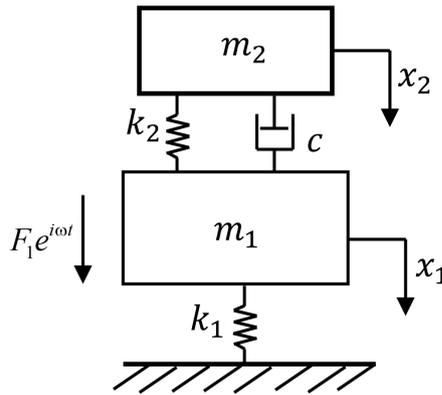


Figure 1. Model of damped dynamic vibration absorber
图 1. 有阻尼动力吸振器模型

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & -c \\ -c & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中: m_1 为主系统质量; m_2 为动力吸振器质量; k_1 为主系统刚度系数; k_2 为动力吸振器刚度系数; F_1 为激振力最大值; ω 为激励圆频率; t 为时间。

主系统在强迫振动时受到的简谐激励作用为:

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (2)$$

稳态响应振幅为:

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1+k_2-m_1\omega^2 & -(k_2+ic\omega) \\ -(k_2+ic\omega) & k_2-m_2\omega^2+ic\omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{F_0}{\Delta(\omega)} \begin{pmatrix} k_2-m_2\omega^2+ic\omega \\ k_2+ic\omega \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中: $\Delta(\omega) = (k_1+k_2-m_1\omega^2+ic\omega) \times (k_2-m_2\omega^2+ic\omega) - (k_2+ic\omega)^2$ 。

引入主系统的静位移 $\delta_1 = F_1/k_1$, 主系统固有圆频率 $\omega_1 = (k_1/m_1)^{1/2}$, 动力吸振器固有圆频率 $\omega_a = (k_2/m_2)^{1/2}$, 质量比 $\mu = m_2/m_1$, 吸振器固有频率与主系统固有原频率之比 $\alpha = \omega_a/\omega_1$, 调谐比 $r = \omega/\omega_a$, 吸振器阻尼比 $\zeta = c/2m_2\omega_1$, 将主系统振幅与静位移之比称为动力放大系数, 即:

$$A(r) = \frac{\bar{x}_1}{\delta_1} = \sqrt{\frac{(r^2 - \alpha^2)^2 + (2\xi r)^2}{[\mu r^2 \alpha^2 - (r^2 - 1)(r^2 - \alpha^2)]^2 + (2\xi r)^2 (r^2 - 1 + \mu r^2)^2}} \quad (4)$$

对于某一质量比 μ ，存在最优调谐比[14]为

$$r_{opt} = \frac{\omega_a}{\omega_1} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (5)$$

最优阻尼比为

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + 3\mu)^3}} \quad (6)$$

最小动力放大系数为

$$A(r) = \frac{\bar{x}_1}{\delta_1} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (7)$$

2.2. 动力吸振器固有频率测试

首先，根据动力吸振器安装位置和吸振器尺寸，选择合适的质量比 μ ，确定动力吸振器的质量。由式(7)可知， μ 越大，减振效果越好，但当 μ 的值过大时，会影响原结构的模态。因此，综合考虑，选取 $\mu = 0.16$ 。由于 ABH 梁结构的第二共振频率等于 607 Hz，根据式(5)可以计算出动力吸振器的固有频率为 523 Hz。

动力吸振器由质量块、伸缩弹簧以及丁基橡胶阻尼构成，通过调整吸振器质量块质量，使得吸振器系统的固有频率与 ABH 梁共振频率相近，从而能够转移和消散 ABH 梁共振能量，实现振动控制。通过对动力吸振器开展振动测试实验，验证设计频率的有效性。实验装置如图 2 所示。将动力吸振器固定在垂直振动试验台台面，在动力吸振器上方粘有轻型单向加速度传感器，用以检测其垂直 z 方向的加速度——传感器质量约为 0.3 g，不足动力吸振器质量的 3%，影响可以忽略。振动台施加 z 方向 10~1000 Hz 的加速度扫频激励，通过采集装置测得吸振器的频响函数，如图 3 所示。DVA 的固有频率为 542 Hz，与目标频率误差较小，满足设计要求。

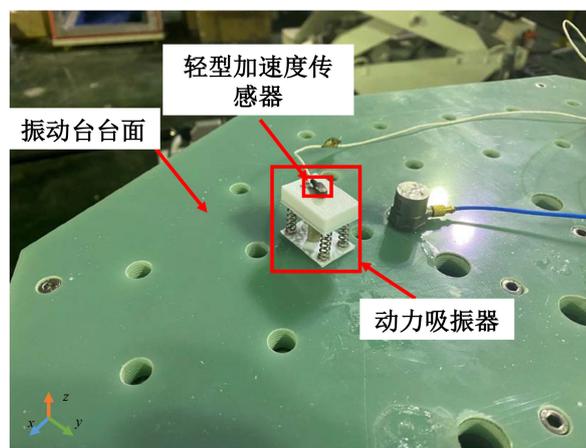


Figure 2. Test of natural frequency
图 2. 固有频率测试

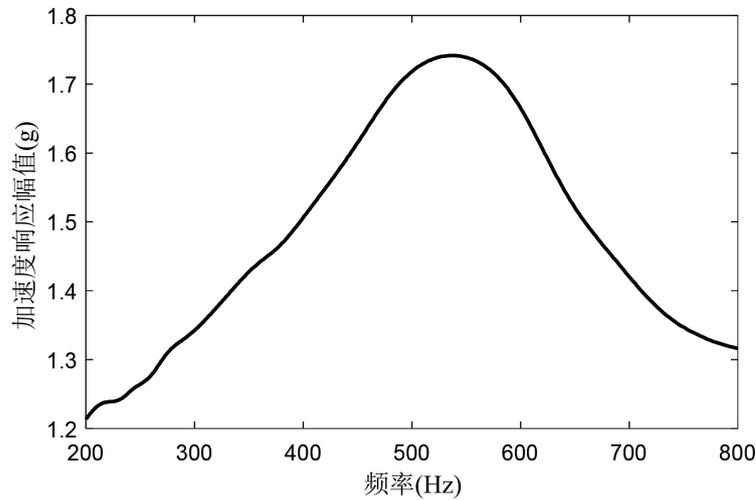


Figure 3. Frequency response curve of DVA
图 3. 动力吸振器频响曲线

3. 振动特性实验

3.1. ABH 附加 DVA 振动实验

ABH 结构梁的尺寸和参数如图 4 及表 1 所示。ABH 区域厚度的变化遵循 $h(x) = \epsilon x^m + h_0$ ，激励为振动台施加在固支端的加速度，大小为 1 g，振动响应的监测点为距离固支端 60 mm 处的中心点处，记为点 O。ABH 结构所用材料为 6061 铝合金，弹簧所用材料为 304 不锈钢，阻尼为丁基橡胶阻尼。表格中 ρ 为材料密度， E 为材料的杨氏模量， N_u 为泊松比， h_0 为 ABH 梁最薄处厚度， h_1 为 ABH 结构梁最厚处厚度， b 为 ABH 梁宽度， L_{ABH} 为 ABH 特征长度， L_a 为 DVA 附着长度， d_k 代表弹簧外径， d 代表弹簧线径， n 代表弹簧有效圈数， m 和 k 分别代表质量和刚度，下角标“d”代表阻尼，“s”代表弹簧。

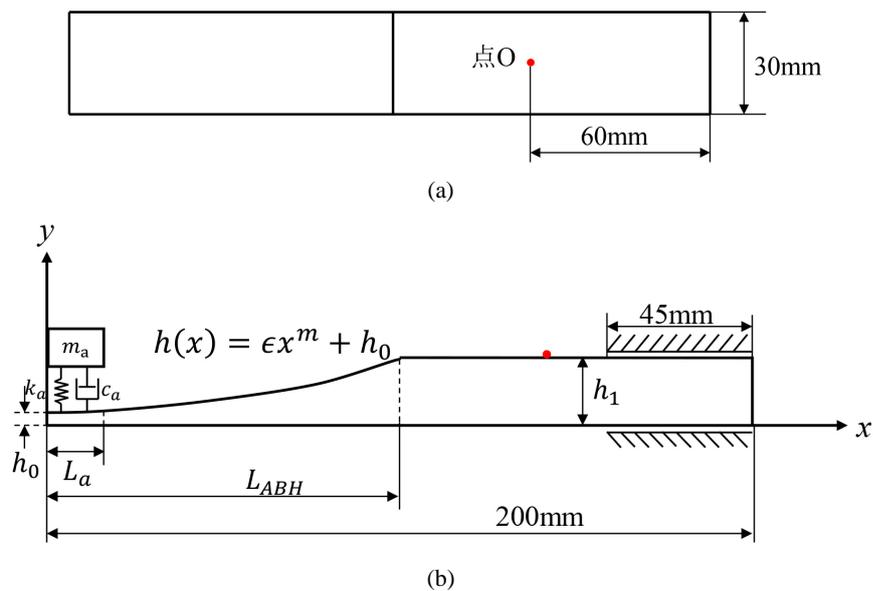


Figure 4. Beam model embedded with ABH and DVA. (a) Top-view of beam embedded with ABH and DVA, (b) Front-view of beam embedded with ABH and DVA
图 4. 嵌入 ABH 和 DVA 的梁模型。(a) 俯视图，(b) 正视图

Table 1. Parameter values for the numerical models
表 1. ABH 结构梁的参数和材料参数

ABH 结构梁材料参数				
ρ ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	E (MPa)		N_u	
2.75	68,900		0.33	
ABH 结构梁结构参数				
h_0 (mm)	h_1 (mm)	m	ε	L_{ABH} (mm)
0.5	5.5	2	0.0005	100
阻尼材料的参数				
ρ_d ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	E_d (MPa)	η_d	m_d (g)	
2.69	300	0.8	10.668	
弹簧的参数				
ρ_s ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	d_k (mm)	d (mm)	n	k_s (N/mm)
7.93	5	0.8	6	8.13

振动实验包含三组：1) ABH 结构梁(ABH)；2) ABH + DVA 组合梁(ABH + DVA)；3) ABH-阻尼层组合梁(ABH + Damp)。其中，DVA 中的阻尼材料和阻尼层中材料均为丁基橡胶阻尼，阻尼层的质量和 DVA 的质量一致。实验装置如图 5 所示。

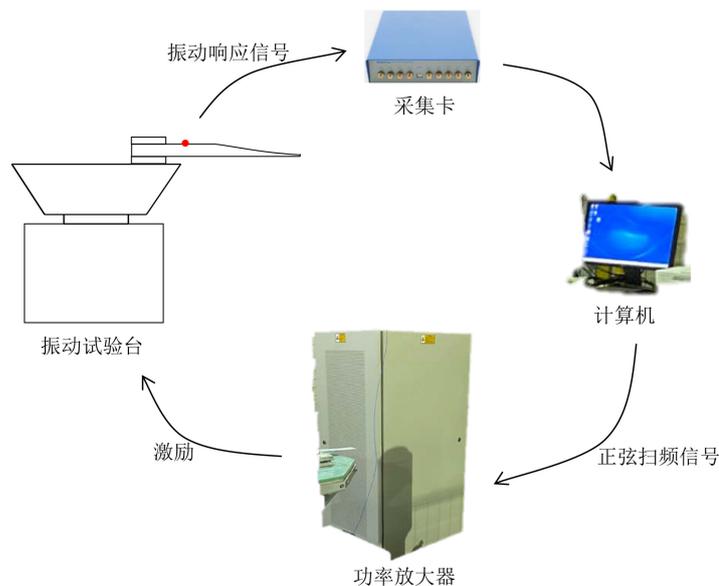


Figure 5. Experimental setup
图 5. 实验装置

3.2. 实验结果

实验结果如图 6 所示。结果表明，在 ABH 梁的第 2 阶共振频率附近，ABH + DVA 组合梁的振动响应降低了约 15 dB，相比于 ABH + Damp，其振动响应降低了约 7 dB；而在更高频率的第 3 阶共振频率

附近, ABH + DVA 的振动响应降低了约 26 dB, 相比于 ABH + Damp, 其振动响应高了 0.1 dB。这表明, 在 DVA 的设计频率附近, ABH + DVA 的组合有着更好的减振效果, 而在更高阶共振处, 减振效果开始不如 ABH + Damp。并且, 在更高阶的 DVA 非目标共振频率处, ABH + DVA 也能有不错的减振效果。产生这种现象的原因是在更高的非目标共振频率处, 得益于 ABH 结构的能量聚焦性, 使得 DVA 中的阻尼成分也能更加高效地耗散能量。

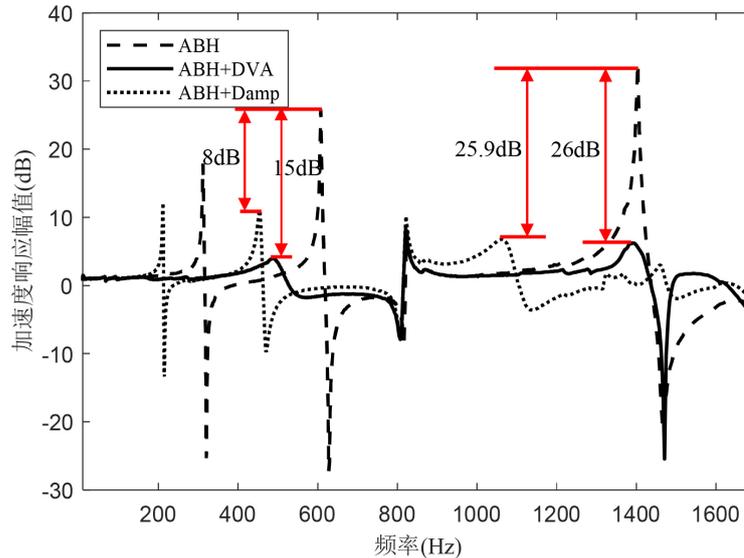


Figure 6. Result of vibration response
图 6. 振动响应结果

4. 有限元分析

4.1. 有限元模型验证

为验证实验准确性以及后续研究, 本文在 Hypermesh 中依据实验情况建立有限元模型, 并用 Nastran 进行计算分析: 1) ABH 结构梁; 2) ABH + DVA; 3) ABH + Damp。其中, ABH 结构梁为单边固支约束, DVA 的参数与实验一致, DVA 与 ABH 结构的耦合形式采用面接触。ABH 结构梁有限元模型采用六面体网格, 结合 ABH 结构特点, 网格最小尺寸选择 0.5 mm, 且在最薄处进行网格加密, 保证最薄处至少存在两层网格, DVA 采用 CBUSH 单元模拟。阻尼层附加在 ABH 结构梁上采用共节点实现, 保证其自由度一样。

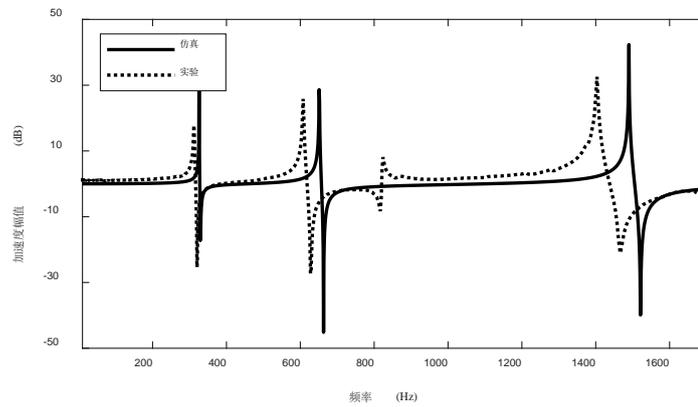
实验与仿真的对比结果如图 7 所示, 在整个频率带内, 两条频率响应曲线差别较小, 共振峰处的固有频率误差均在 10% 以内; 在 800 Hz 附近出现的小波峰为夹具干扰。总体来说, 仿真和实验的整体响应趋势合理匹配, 可以验证仿真的可行性。

4.2. 宽频分析

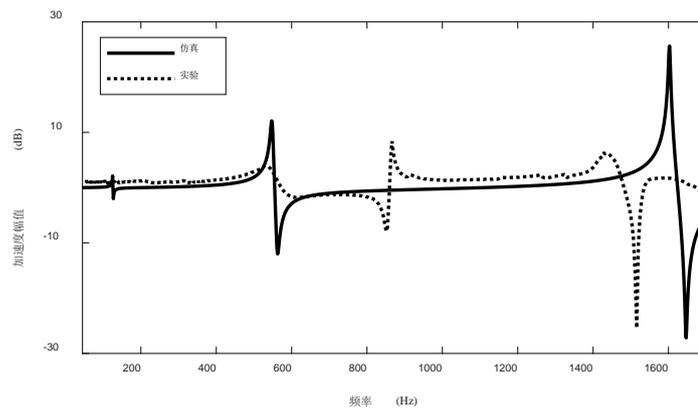
为了进一步研究 ABH + DVA 的宽频减振效果, 根据有限元模型, 计算三种模型在宽频范围内的平均加速度响应值 A_s , 即在激励频率范围 0~8000 Hz 内梁结构上所有节点振幅的平均值, 计算公式如下:

$$A_s = 20 \log_{10} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |a_i| \right] \quad (8)$$

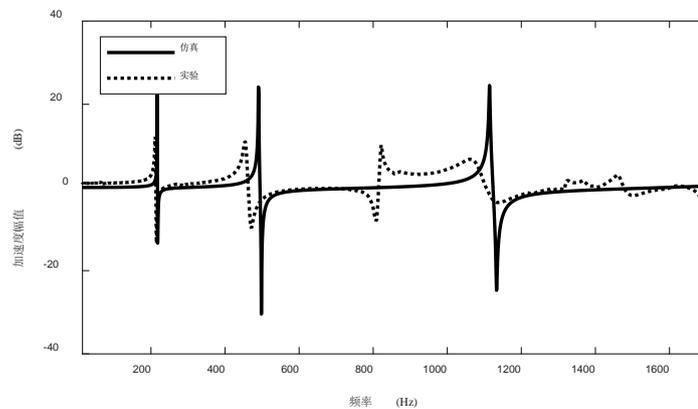
式中, a_i 为第 i 个节点的加速度值, $i = 1, 2, 3, \dots, n$; n 为仿真模型中节点的总个数。



(a)



(b)



(c)

Figure 7. Comparison of experiments and simulations. (a) Comparison of experiments and simulations of beam embedded with ABH, (b) Comparison of experiments and simulations of beam embedded with ABH and DVA, (c) Comparison of experiments and simulations of beam embedded with ABH and damp layer
图 7. 实验与仿真对比。(a) ABH 梁实验与仿真对比, (b) ABH + DVA 组合梁实验与仿真对比, (c) ABH + Damp 组合梁实验与仿真对比

宽频带内梁的平均加速度响应如图 8 所示。表 2 所示为前 3 阶共振频率处 ABH + DVA 及其参考结构的平均加速度响应值, 可以看出, ABH + DVA 在目标频率的共振峰处减振效果最好, 并在其他高阶共振峰处也有减振效果, 但减振幅值不如 ABH + Damp。

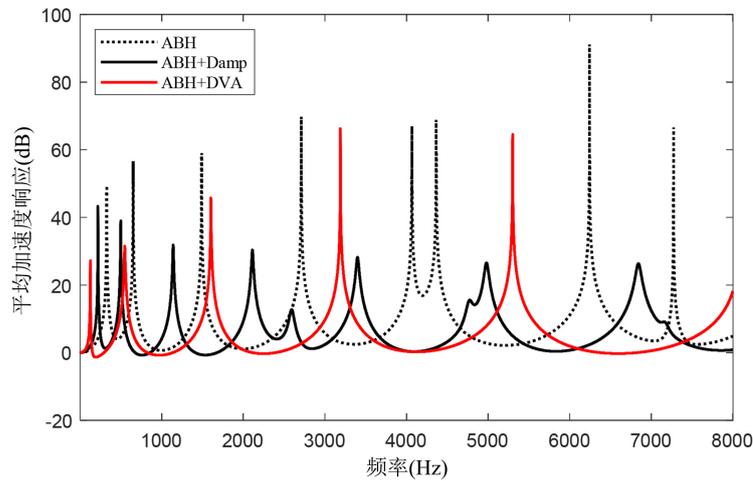


Figure 8. Average acceleration response comparison among ABH, ABH + Damp and ABH + DVA
图 8. ABH 结构梁附加阻尼层和 DVA 平均加速度响应

Table 2. Average acceleration response at the first three resonant frequencies (unit: dB)

表 2. 前 3 阶共振频率处平均加速度响应值(单位: dB)

共振峰阶次	ABH	ABH + Damp	ABH + DVA
1	49.40	43.23	27.17
2	56.60	37.79	31.51
3	59.05	31.17	45.79

4.3. DVA 参数对 ABH + DVA 组合梁振动特性的影响

为了进一步研究 DVA 对 ABH + DVA 组合梁的振动特性影响, 基于有限元模型, 针对 ABH 结构梁模型第一阶共振频率(326 Hz), 考虑了两个 DVA 关键的设计参数, 即质量比和阻尼比进行分析。DVA 参数根据式(5)以及式(6)确定, 如表 3 所示, 其中, 不同阻尼比实验组中在相同质量比中最优阻尼比为 0.2。

Table 3. DVA parameters under different mass ratio and damping ratio

表 3. 不同质量比以及阻尼比下的 DVA 参数

不同质量比下的 DVA 参数			
质量比 μ	质量 m_a (g)	刚度 k_a (N/mm)	阻尼比
0.05	0.0950	0.41	0.11
0.1	0.1919	0.82	0.13
0.2	0.3837	1.60	0.21
不同阻尼比下的 DVA 参数			
0.05	0.0950	0.41	0.01
0.05	0.0950	0.41	0.05
0.05	0.0950	0.41	0.1
0.05	0.0950	0.41	0.2
0.05	0.0950	0.41	0.3

从图 9 可以看出来：1) 由于 DVA 的存在，目标共振峰变成两个小峰，质量比越大，两个峰的间隔越大，峰的高度越低，说明减振效果越好；在高阶非目标频率的共振频率处，随着质量比变大，减振效果更好，但是衰减的幅度随着频率升高逐渐减小；2) 在目标共振频率处，当阻尼比小于最佳阻尼比并趋向 0 时，目标频率处两个峰值不断增大，且频率高的峰值增大更快；当阻尼比大于最佳阻尼比时，共振峰峰值增大，且两个波峰的间距变小。

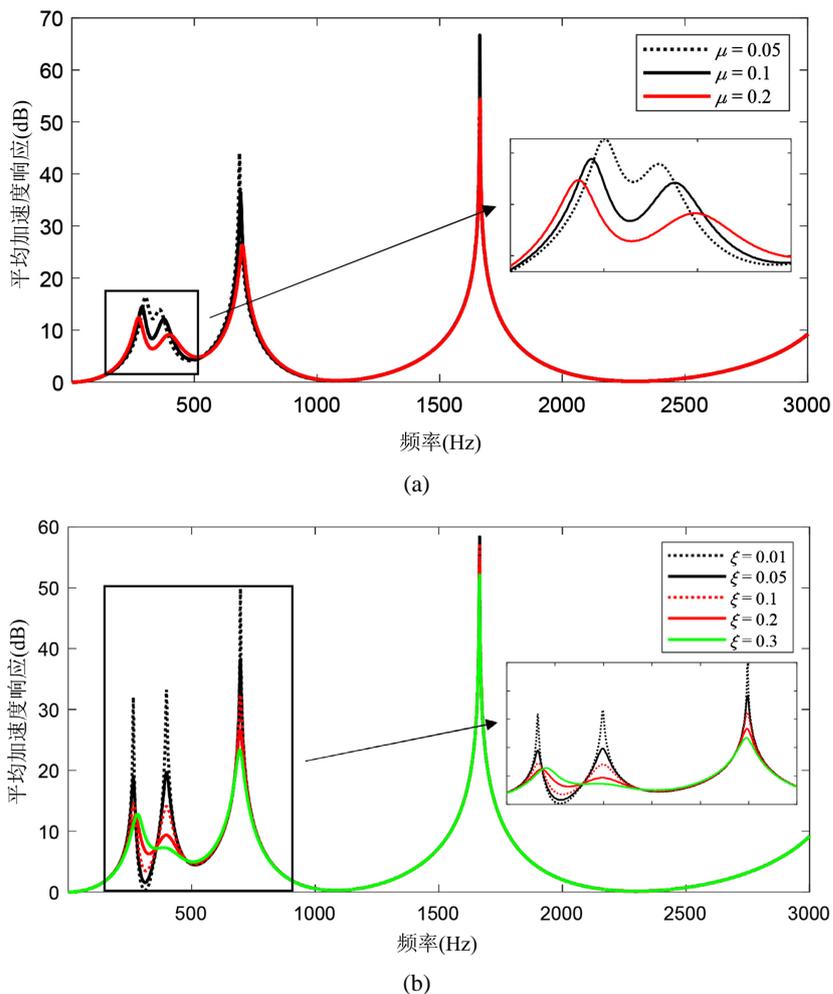


Figure 9. Influence of DVA parameters on vibration characteristics. (a) The average acceleration response curve of ABH + DVA beam with various damping ratio, (b) The average acceleration response curve of ABH + DVA beam with various damping ratio

图 9. DVA 参数对振动特性的影响。(a) 不同质量比下 ABH + DVA 组合梁平均加速度响应, (b) 不同阻尼比下 ABH + DVA 组合梁平均加速度响应

5. 结论

本文通过设计 DVA 并采用实验方法，开展了针对 ABH + DVA 组合梁的振动特性研究，并通过实验结果对相应的有限元模型进行了验证，最后通过有限元模型对 ABH + DVA 组合梁的宽频振动特性以及 DVA 参数对其振动特性影响规律进行了分析。

结果表明，在三组模型中，ABH + DVA 在目标频率处具有最优的减振效果，且在更高频率的共振峰处也能发挥振动抑制作用，说明 ABH 结构和动力吸振器的结合能在兼顾低频模态的宽频带内实现高效振

动控制；同时，所设计的动力吸振器也符合设计预期。DVA 的参数对 ABH + DVA 的振动特性有影响，随着质量比增大，DVA 作用下产生的两个小的共振峰的间隔变大，但共振峰幅值变小，且在更高阶共振频率下减振效果更好，但随着频率升高，衰减幅度逐渐减小；在目标频率处，当阻尼比小于最优阻尼比并趋向 0 时，因 DVA 作用产生的两个共振峰幅值变大，且频率高的共振峰峰值增加幅度更大；当阻尼比大于最佳阻尼比时，共振峰值增大，且两个波峰的间距变小。随着频率的升高，阻尼比越大，减振效果越好，但振动衰减幅度逐渐减小。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(52205169)；国家重点研发计划资助(2022YFB4301301)。

参考文献

- [1] 沈超明, 黄杰, 陈默林, 等. 基于多层 S 型局域振子的声子晶体双层梁结构带隙特征研究[J]. 振动与冲击, 2023, 42(2): 197-204 + 234.
- [2] Krylov, V.V. and Tilman, F. (2004) Acoustic ‘Black Holes’ for Flexural Waves as Effective Vibration Dampers. *Journal of Sound and Vibration*, **274**, 605-619. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2003.05.010>
- [3] Mironov, M.A. (1988) Propagation of Flexural Wave in a Plate Whose Thickness Decreases Smoothly to Zero in a Finite Interval. *Soviet Physics-Acoustics*, **34**, 318-319.
- [4] Tang, L., Cheng, L. (2017) Broadband Locally Resonant Band Gaps in Periodic Beam Structures with Embedded Acoustic Black Holes. *Journal of Applied Physics*, **121**, 605-623. <https://doi.org/10.1063/1.4983459>
- [5] Deng, J., Guasch, O., Maxit, L., et al. (2022) A Metamaterial Consisting of an Acoustic Black Hole Plate with Local Resonators for Broadband Vibration Reduction. *Journal of Sound and Vibration*, **526**, Article ID: 116803. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.116803>
- [6] Deng, J., Guasch, O., Maxit, L., et al. (2023) Sound Radiation and Non-Negative Intensity of a Metaplate Consisting of an Acoustic Black Hole plus Local Resonators. *Composite Structures*, **304**, Article ID: 116423. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116423>
- [7] 王小东, 季宏丽, 裘进浩. 声学黑洞原理的双层加筋板-腔系统降噪研究[J]. 振动工程学报, 2022, 35(2): 503-513.
- [8] 赵楠, 王禹, 陈林, 等. 分布式声学黑洞浮筏系统隔振性能研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(13): 75-80.
- [9] Li, H.Q., Touze, C., Pelat, A., et al. (2021) Combining Nonlinear Vibration Absorbers and the Acoustic Black Hole for Passive Broadband Flexural Vibration Mitigation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **129**, Article ID: 103558. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103558>
- [10] Li, H.Q., Secail-Geraud, M., Pelat, A., et al. (2021) Experimental Evidence of Energy Transfer and Vibration Mitigation in a Vibro-Impact Acoustic Black Hole. *Applied Acoustic*, **182**, Article ID: 108168. <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2021.108168>
- [11] 贾秀娟, 杜宇, 于野, 等. 声学黑洞理论应用于板类结构的轻量化减震分析[J]. 振动工程学报, 2018, 31(3): 434-440.
- [12] Jia, X.X., Du, Y., Yu, Y., et al. (2019) Vibration Characteristics of Plate Structures Embedded with Acoustic Black Holes and Distributed Dynamic Vibration Absorbers. *International Journal of Acoustics and Vibration*, **24**, 531-539. <https://doi.org/10.20855/ijav.2019.24.31374>
- [13] 曲俊龙, 史文库, 玄圣夷, 等. 面向汽车传动系统多档共振的多级吸振器参数设计方法[J/OL]. 吉林大学学报(工学版): 1-11. <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20230347>, 2024-06-13.
- [14] 胡小刚, 郑永, 谢绍详, 等. 橡胶动力吸振器在艉轴上的应用[J]. 计算机辅助工程, 2023, 32(4): 34-39, 75.