普朗克常数不具有唯一性

王忆锋

昆明物理研究所，昆明，中国

收稿日期：2022年3月13日；发布日期：2022年3月15日

摘　要

在质量与其他物理量无关的前提下，可以证明量纲关系“能量 ≡ 质量 × 速度 × 速度”，以该关系为基础可以导出动量，动量对时间求导得到牛顿第二运动定律。基于牛顿第二定律定义的力的量纲，可以提出基本引力禀性常数的概念，导出一般形式的引力定律，其特例是万有引力定律。在引力定律的基础上，可以导出库仑定律。基于库仑定律可以导出普朗克常数的概念。在动量和普朗克常数的基础上，可以导出不确定性原理。指出了普朗克常数不具有唯一性。

关键词

质量体，运动定律，引力定律，基本引力禀性常数，库仑定律，普朗克常数，不确定性原理

Planck’s Constant Is not of Uniqueness

Yifeng Wang

Kunming Institute of Physics, Kunming, China

Received: Mar. 13th, 2022, published: Mar. 15th, 2022

Abstract

On the premise that the mass is independent of other physical quantities, the dimensional relation “energy ≡ mass × speed × speed” can be proved. Based on this dimensional relation, momentum can be derived, and Newton’s second law of motion can be obtained by deriving momentum from time. Based on the dimension of force defined by Newton’s second law, the fundamental gravitational intrinsic constant can be proposed. The general form of gravitational law is derived, and its special case is the law of universal gravitation. Based on the law of gravitation, Coulomb’s law can be derived. The concept of Planck’s constant can be derived based on Coulomb’s law. On the basis of momentum and Planck’s constant, the uncertainty principle can be derived. It is pointed out that Planck’s constant is not of uniqueness.

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

Keywords

Mass Body, Laws of Motion, Law of Gravity, Fundamental Gravitational Intrinsic Constant, Coulomb's Law, Planck's Constant, Uncertainty Principle

1. 引言

普朗克常数在现代物理理论中具有基础性地位。普朗克常数的概念可以从量纲关系“能量 ≡ 质量 × 速度 × 速度”开始逐步导出，即首先导出牛顿第二运动定律，在此基础上引入立体角的概念可以推导出一般形式的引力规律，引入带电的质量体可以导出库仑定律，至此可以导出普朗克常数的概念。本文的分析表明，普朗克常数不具有唯一性。

2. 基于量纲关系“能量 ≡ 质量 × 速度 × 速度”推导牛顿第二运动定律

物理量的基本属性称为量纲，它们是物理量的度量单位。量纲分析是通过分析问题所涉及物理量的属性来建立因果关系的方法[1]。通过量纲分析可以判断事物间数量关系所遵循的一般规律，甚至有可能提供理解或者寻找某些物理现象内在规律的线索。

国际单位制将量纲分为基本单位、导出单位和辅助单位。基本单位包括质量(千克，kg)、长度(米，m)、时间(秒，s)和电流(安培，A)等七个物理量。基本单位彼此独立。导出单位和辅助单位均由基本单位组合而成。把函数概念映射到量纲，则基本单位属于自变量，导出单位和辅助单位属于因变量，导出单位和辅助单位是基本单位的函数，基本单位彼此独立意味着一个基本单位不是另外一个者几个基本单位的函数。

数学化是现代科学的特点之一。物理的数学化首先是量纲的符号化。例如，将质量记为 M，将长度记为 L，将时间记为 t，等等。

相同的量纲可以构成等价关系，例如

$$\text{质量} \equiv \text{质量}，\quad \text{长度} \equiv \text{长度} \tag{1}$$

这里用“≡”表示量纲意义上的等价关系。量纲相同不一定量值相等。本文用符号“=”表示量值或者数值意义上的等量关系。等价关系“≡”是否可以直接过渡到等量关系“=”？对于这个问题现有物理理论并没有“可以”或者“不可以”这样的统一答案。在一些情况下不可以从等价关系“≡”直接过渡到等量关系“=”，而在另外一些情况下可以从等价关系“≡”直接过渡到等量关系“=”。例如，长度连乘三次是体积的量纲，也是体积的计算方法，即

$$\text{体积} \equiv \text{长度} \times \text{长度} \times \text{长度} \Rightarrow \text{体积} = \text{长度} \times \text{长度} \times \text{长度} \equiv \mathrm{m}^3 \tag{2}$$

一定的质量占有一定的体积。“质量”与“体积”融合在一起形成“质量体”的概念[2]。物质是运动的等效于质量体是运动的，运动的快慢程度可以用速度来描述。长度与时间之比定义为速度(u)，

$$\text{速度} \equiv \frac{\text{长度}}{\text{时间}} \equiv \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3}$$

物质/质量体的运动速度称为物理速度。本文所称的速度主要指物理速度。速度属于可以从等价关系“≡”直接过渡到等量关系“=”的情况，故有

$$\text{速度} \equiv \frac{\text{长度}}{\text{时间}} \Rightarrow \text{速度} = \frac{\text{长度}}{\text{时间}} \Rightarrow u = \frac{L}{t} \Rightarrow u = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

其中引入求导是因为质量体的运动距离随着运动时间而变化，用数学语言表达就是运动距离是运动时间的函数，于是距离可以对时间求导，求导得到的速度也是时间的函数。

速度与时间之比定义为加速度(a)，即有

$$加速度 \equiv \frac{速度}{时间} \equiv \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{5}$$

加速度属于等价关系“≡”可以直接过渡到等量关系“=”的情况。因为速度是时间的函数，故速度可以对时间求导，加速度可以表达为速度对时间的导数，即

$$加速度 \equiv \frac{速度}{时间} \Rightarrow 加速度 = \frac{速度}{时间} \Rightarrow a = \frac{u}{t} \Rightarrow a = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

经过简单的分析可以证明下列量纲关系[2]

$$能量 \equiv 质量 \times 速度 \times 速度 \tag{7}$$

在国际单位制中能量量纲为焦耳(J)，并有

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s})^2 \tag{8}$$

式(7)成立的前提是认可质量不是能量的函数、质量不是速度的函数，实际上这是国际单位制“基本单位彼此独立”的反映。

如果认可量纲基本单位彼此独立，则一个基本单位不是其他一个或者几个基本单位的函数。于是基本单位质量不是基本单位时间的函数，故质量对时间的导数等于零，即有

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{9}$$

在式(7)两端除以速度，有

$$\frac{能量}{速度} \equiv 质量 \times 速度 \tag{10}$$

能量与速度之比定义为动量，即有

$$动量 \equiv 质量 \times 速度 \tag{11}$$

在现有物理理论中，“质量×速度”不仅是动量量纲的定义，还被直接规定为动量数值的计算方法，即式(10)和(11)中恒等号“≡”可以直接换成等号“=”。将动量记为 p，于是有

$$动量 \equiv 质量 \times 速度 \Rightarrow 动量 = 质量 \times 速度 \Rightarrow p = Mu \tag{12}$$

注意到式(12) $p=Mu$ 中含有速度，将该式两端对时间求导，并引入式(9)和(6)，则有

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(Mu)}{\mathrm{d}t} = M\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = M\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u \cdot 0 = Ma \Rightarrow F = Ma \tag{13}$$

将质量 M 与加速度 a 的乘积 Ma 定义为力 F，这就是牛顿第二运动定律[3] [4]。

将有关量纲代入式(13) $F = Ma$，有

$$\mathrm{N} \equiv \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{14}$$

式(14)定义了力的量纲——牛顿(N)。从式(14)可以看到，力的量纲是质量、长度和时间这三个基本单位的组合。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

3. 基于立体角概念推导一般形式的引力定律

引力性是质量体的本征属性之一，它是一个质量体对其他质量体呈现出来的吸引作用。只要有质量就有引力向外扩散。一个质量体的引力仅与其自身的质量有关，与其他质量体的质量无关。为了描述引力性，作者引入了“基本引力禀性常数(fundamental gravitational intrinsic constant)”的概念[5] [6]。假定 1 kg 质量所固有的引力禀性为Λ(N)，两者在量值上通过一个待定常数Γ联系在一起，即

$$1(\mathrm{kg})\cdot\Gamma=\Lambda(\mathrm{N}) \tag{15}$$

于是

$$\Gamma=\frac{\Lambda(\mathrm{N})}{1(\mathrm{kg})}=\Lambda\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right) \tag{16}$$

将Γ称为基本引力禀性常数，其量纲为牛顿/千克(N/kg)，即

$$\Gamma\equiv\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \tag{17}$$

将质量为 M (kg)的质量体对应的引力记为 F_M，则有

$$F_M=\Gamma\cdot M \tag{18}$$

式(18)表明，一个质量体的引力性的大小或者引力总量与该质量体的质量成正比，质量越大、引力越大。如果质量 M 的取值为整个宇宙的总质量 M_U，相应有

$$F_{M_U}=\Gamma\cdot M_U \tag{19}$$

从式(19)可以看到，如果认可宇宙总质量 M_U 守恒，则宇宙总引力 F_{MU} 守恒。

在不考虑风力等外部因素影响的前提下，设想从一个距地面一定高度的浮空器上释放一个铅球，因为不管从哪一个位置释放铅球，铅球都将往地面运动，而不是往地面相反的方向运动，说明在任何位置均有引力，没有哪一个位置没有引力；另外只要高度相同，铅球在任何位置落到地面所需要的时间均相等，这说明如果以浮空器所在高度画一个与地球同心的球面，在该球面上任何一点的地球引力数值均相等。由此可以推断一个质量体的引力在空间均匀分布；若以该质量体为球心、任取一个长度为球半径画一个球面，则在该球面上任一点的引力数值相等。球半径即为引力在某一段时间内的传播距离。

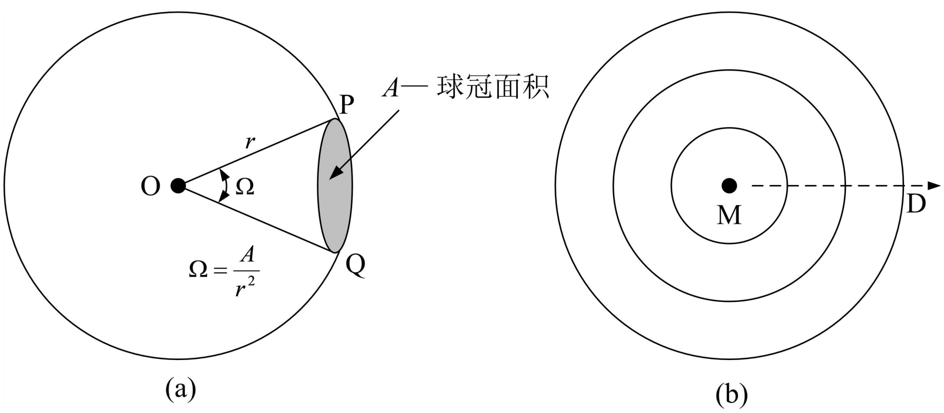

Figure 1. (a) Concept of solid angle; (b) The spreading process of gravitational circle forms a wave, which looks like gravitational wave

图 1. (a) 立体角概念；(b) 引力圆扩散的过程构成波形，看起来像引力波

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

球在平面上的投影为圆。为了画图简单，在图 1 中用圆来代表球面。以直角三角形的一条直角边为轴旋转 360°而成的几何体称为圆锥。用一个顶点与球心共点的圆锥去切割球面，圆锥切割下来的球面区域称为球冠，该球冠对应的锥角Ω称为立体角，如图 1(a)所示，其大小为

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \tag{20}$$

分母中的球半径或者距离项 r^2 的量纲为 m^2，分子中的球冠面积项 A 的量纲为 m^2，两者之比是一个没有量纲的数(球面度)。

根据式(18)，总量为 F_M 的引力平均分布在整个球面上，立体角Ω对应的引力数值为

$$F_\Omega = F_M \cdot \Omega = \Gamma \cdot M \cdot \Omega = \Gamma \cdot M \cdot \frac{A}{r^2} \Rightarrow \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}^2} \equiv \mathrm{N} \tag{21}$$

即式(21)的计算结果仍为力的量纲，该式表明质量体在球面上的引力分布与立体角成正比。

在式(21)中，如果保留距离项 r^2 不变，将其他各项量纲代入并组合为下列形式

$$F_\Omega = \cdots \equiv \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{r^2} \equiv \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} \tag{22}$$

如果将式(22)中量纲组合项$(\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2)/\mathrm{kg}^2$ 对应一个常数项 $\tilde{G}$，则有

$$F_\Omega = \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G} \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} \tag{23}$$

如图 2(a)所示，如果立体角非常小，则定义立体角Ω投影的两条直线 OP 和 OQ 几乎合并为一条直线，此时式(22)中表示立体角的下标Ω可以略去，即有

$$F_\Omega = F = \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G} \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} \tag{24}$$

式(23)、(24)表明，质量体在空间某处的引力与质量的平方成正比，与距离的平方成反比；质量越大，引力越大；距离越远，引力越小。应该指出的是，式(24)中虽然省略了立体角下标Ω，但是立体角概念的本质依然存在。从因果关系的角度来说，立体角概念式(20)是原因，首先是因为立体角概念中引入了距离平方项 r^2，才演变出来后面的一系列表达式，它们的先后顺序不能搞反。

下面进一步讨论式(23)。如图 2(a)所示，从质量体 M_1 画一个立体角Ω_1 投射出去，在立体角Ω限定的空间范围内没有其他质量体存在，则根据式(23)可以写出

$$F_{\Omega_1} = \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G}_1 \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G}_1 \cdot \frac{M_1^2}{r^2} \tag{25}$$

此时并不能因为立体角Ω_1 内空无一物就认为其中没有从质量体 M_1 弥散出来的引力存在。

如图 2(b)所示，设在质量体 M_1 的立体角Ω_1 内有一个质量体 M_2，M_1 和 M_2 之间的距离为 r。显然此时质量体 M_1 弥散出去的引力并不会因为其立体角Ω_1 内存在其他质量体而发生变化，换言之，此时式(25)仍然适用，此时质量体 M_1 在距离 r 处的引力就是质量体 M_2 感受到的质量体 M_1 的引力。

类似地，如图 2(c)所示，从质量体 M_2 看质量体 M_1，M_1 也位于 M_2 所张的立体角Ω_2 内，并有

$$F_{\Omega_2} = \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G}_2 \cdot \frac{M_2^2}{r^2} \tag{26}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

此时质量体 M_2 在距离 r 处的引力就是质量体 M_1 感受到的质量体 M_2 的引力。从式(25)和式(26)可以看到，当 $M_1 \neq M_2$ 时 $F_{\Omega_1} \neq F_{\Omega_2}$，即不同质量的两个质量体彼此感受到的引力不相同。

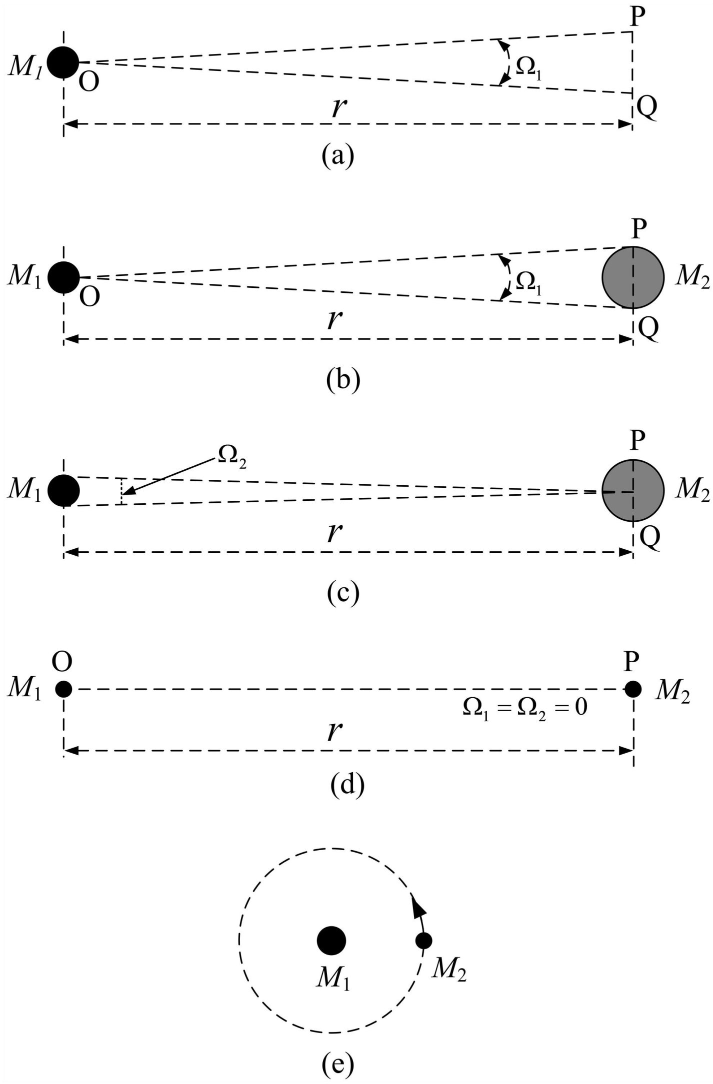

Figure 2. (a) There are no other mass bodies in the solid angle Ω_1 subtended by mass body M_1; (b) There is a mass body M_2 in the solid angle Ω_1 subtended by mass body M_1; (c) The solid angle Ω_2 of mass body M_2 to mass body M_1; (d) Solid angle equals zero, i.e., $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$; (e) Mass body M_2 rotates around mass body M_1

图 2. (a) 在质量体 M_1 所张的立体角 Ω_1 内没有其他质量体；(b) 在质量体 M_1 所张的立体角 Ω_1 内有一个质量体 M_2；(c) 质量体 M_2 对质量体 M_1 所张的立体角为 Ω_2；(d) 立体角等于零，即 $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$；(e) 质量体 M_2 围绕质量体 M_1 旋转

如图 2(d)所示，在立体角非常小的情况下，从质量体 M_1 看质量体 M_2，质量体 M_2 看起来是一个点，或者说质量体退化为质量点，从而形成质点的概念。类似地，在立体角非常小的情况下，从质量体 M_2 看质量体 M_1，质量体 M_1 看起来也是一个点，于是质量体 M_1 和质量体 M_2 相当于一条直线上的两个点。这时式(25)可以写为

$$F_{\Omega_1} = F_1 = \cdots \equiv \left(\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right)\cdot\frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G}_1\cdot\frac{\mathrm{kg}^2}{r^2} = \tilde{G}_1\cdot\frac{M_1^2}{r^2} \tag{27}$$

对于质量体 M_2，式(26)可以写为

$$F_{\Omega_2}=F_2=\cdots\equiv\left(\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right)\cdot\frac{\mathrm{kg}^2}{r^2}=\tilde{G}_2\cdot\frac{\mathrm{kg}^2}{r^2}=\tilde{G}_2\cdot\frac{M_2^2}{r^2} \tag{28}$$

上述情况可以合并为一个公式表达，

$$F_M=\tilde{G}_M\frac{M^2}{r^2} \tag{29}$$

即一个质量体在空间某一点处的引力值与该质量体的质量平方成正比，与质量体和该点之间的距离平方成反比，这就是一般形式的引力定律，其中 $\tilde{G}_M$ 是待定系数。

上述公式中的 kg^2 被视为一个质量体的质量的平方；如果将 kg^2 改写为 $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{kg}$，则与之对应的是两个质量体的质量的乘积，据此可以写出

$$F_{12}=\cdots\equiv\tilde{G}_{12}\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{kg}}{r^2}\Rightarrow\tilde{G}_{12}\frac{M_1M_2}{r^2} \tag{30}$$

以及

$$F_{21}=\cdots\equiv\tilde{G}_{21}\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{kg}}{r^2}\Rightarrow\tilde{G}_{21}\frac{M_1M_2}{r^2} \tag{31}$$

比较一下式(30)和(31)的右端，可以看出两式均有一个相同项$(M_1M_2)/r^2$，因此如果 $\tilde{G}_{12}=\tilde{G}_{21}=G$，则有 $F_1=F_2$，这是只有 M_1 和 M_2 两个质量体、并且质量体 M_2 围绕质量体 M_1 旋转的情况，如图 2(e)所示，此时有

$$F_{M_1M_2}=G\frac{M_1M_2}{r^2} \tag{32}$$

这就是牛顿万有引力定律[3]，其中 G 称为引力常数，其数值和量纲为

$$G=6.673\times10^{-11}\left(\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right) \tag{33}$$

4. 基于引力定律推导库仑定律

电流与时间的乘积定义为电量，其量纲为库仑(C)，即

$$\text{电量}\equiv\text{电流}\times\text{时间}\ \Rightarrow 1\,\mathrm{C}=1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{s} \tag{34}$$

电量与体积之比定义为电荷密度(ρ)，即

$$\text{电荷密度}\equiv\frac{\text{电量}}{\text{体积}}\equiv\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3} \tag{35}$$

质量与体积之比定义为质量密度(d)，

$$\text{质量密度}\equiv\frac{\text{质量}}{\text{体积}}\equiv\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \tag{36}$$

假设质量体的密度 d 是常数，根据式(36)可以写出

$$\text{质量密度}\equiv\frac{\text{质量}}{\text{体积}}\Rightarrow\frac{\text{质量密度}}{\text{质量}}\equiv\frac{1}{\text{体积}}\Rightarrow\frac{d}{M}=\frac{1}{V} \tag{37}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

万有引力定律式(32)考虑的是质量体不带电的情况，下面考虑质量体带电的情况。设体积为 V_1、质量为 M_1 的质量体所带的电量为 q_1，其电荷密度为ρ_1，并有

$$\rho_1 = \frac{q_1}{V_1} = \frac{d_1}{M_1} q_1 \Rightarrow M_1 = \frac{d_1}{\rho_1} q_1 \tag{38}$$

另设体积为 V_2、质量为 M_2 的质量体所带的电量为 q_2，其电量密度为ρ_2，并有

$$\rho_2 = \frac{q_2}{V_2} = \frac{d_2}{M_2} q_2 \Rightarrow M_2 = \frac{d_2}{\rho_2} q_2 \tag{39}$$

将式(38)和(39)代入式(32)，有

$$F_{M_1 M_2} = G \frac{M_1 M_2}{r^2} = \left(G \cdot \frac{d_1}{\rho_1} \cdot \frac{d_2}{\rho_2} \right) \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{40}$$

其中

$$k_0 = G \cdot \frac{d_1}{\rho_1} \cdot \frac{d_2}{\rho_2} \tag{41}$$

代入式(33)给出的引力常数 G 以及 d_1、d_2 和ρ_1、ρ_2 的量纲，可知 k_0 的量纲为

$$k_0 \equiv G \cdot \frac{d_1}{\rho_1} \cdot \frac{d_2}{\rho_2} \equiv \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot \frac{\mathrm{kg/m^3}}{\mathrm{C/m^3}} \cdot \frac{\mathrm{kg/m^3}}{\mathrm{C/m^3}} = \left(\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \right) \tag{42}$$

为了描述方便，将与质量有关的力称为质量力，将与电荷有关的力称为电荷力。从式(40)可以看到，通过调整系数 k_0 的值，质量力可以通过电荷力来表达。在质量力小于电荷力的情况下，式(40)右端$(k_0 q_1 q_2)/r^2$ 表达的电荷力只是实际电荷力的一部分。实际电荷力为

$$F_{q_1 q_2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{43}$$

式(43)称为库仑定律，其中的 k 称为库仑常数，并有

$$k = 8.988 \times 10^9 \left(\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \right) \tag{44}$$

电荷力又称为库仑力。类似于一般形式的引力定律式(29)，一般形式的库仑定律可以写为

$$F_q = \tilde{k}_q \frac{q^2}{r^2} \tag{45}$$

式中 $\tilde{k}_q$ 为待定系数。

5. 普朗克常数不具有唯一性

在式(7)“能量≡质量×速度×速度”的两端乘以“时间”，可得

$$\text{能量} \times \text{时间} \equiv \text{质量} \times (\text{速度})^2 \times \text{时间} \tag{46}$$

将式(46)表达的量纲关系记为一个新量纲 $\tilde{h}$ 。根据式(4)，速度=长度/时间，故有

$$\tilde{h} \equiv \mathrm{kg} \times \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}} \times \mathrm{s} = \mathrm{kg} \times \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times \mathrm{m} \tag{47}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

即能量和时间的乘积等效于质量、速度和长度三者的乘积。

设有一个体积为 V_q、质量为 M_q、带电量为 q 的质量体，其电荷密度为

$$\rho_q = \frac{q}{V_q}\left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3}\right) \Rightarrow q = \rho_q V_q \tag{48}$$

其质量密度为

$$d_q = \frac{M_q}{V_q}\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \Rightarrow \frac{1}{V_q} = \frac{M_q}{d_q} \tag{49}$$

于是根据库仑定律式(45)有

$$F_q = \tilde{k}_q \cdot \frac{q^2}{r^2} = \tilde{k}_q \rho_q^2 \cdot \frac{V_q^2}{r^2} = \tilde{k}_q \rho_q^2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{M_q}{d_q}\right)^2 = \frac{\tilde{k}_q \rho_q^2}{d_q^2 r^4 c^2} \cdot \left(M_q \cdot c \cdot r\right)^2 \tag{50}$$

从而有

$$M_q \cdot c \cdot r = \sqrt{\frac{F_q}{\tilde{k}_q}} \cdot \left(\frac{d_q}{\rho_q}\right) \cdot \left(c \cdot r^2\right) \tag{51}$$

因为库仑定律是基于引力定律推导出来的，所以很自然地从引力定律出发也可以得到类似的关系。对于一个不带电的质量体 M，基于式(29)可以写出

$$M \cdot c \cdot r = \sqrt{\frac{F_M}{\tilde{G}_M}} \cdot \left(c \cdot r^2\right) \tag{52}$$

比较式(51)和(52)，可见两者十分相似。下面仍然基于式(51)展开分析和讨论。

式(51)右端的($M_q \cdot c \cdot r$)项是质量、光速和距离三项的乘积，它具有 $\tilde{h}$ 的量纲。光速 c 是常数，当质量 M_q 和距离 r 的数值确定时，($M_q \cdot c \cdot r$)项的数值也是确定的。将($M_q \cdot c \cdot r$)项表示为两个数值 h 和σ的乘积，即

$$\sigma \cdot h = M_q \cdot c \cdot r \tag{53}$$

其中，数值 h 具有 $\tilde{h}$ 的量纲，数值σ无量纲。对于一个固定的($M_q \cdot c \cdot r$)值，如果 h 和σ两个系数值都不是固定的，则 h 和σ可以有无数多种组合；如果 h 是固定的，则σ值随之固定，反之亦然，这时只有一种组合。如果要用一个 h 值去表达所有的($M_q \cdot c \cdot r$)的值，则必然有部分σ值是整数、即($M_q \cdot c \cdot r$)的值是 h 的整数倍，另外一部分σ值不是整数(包括σ值为小数的情况)、即($M_q \cdot c \cdot r$)的值不是 h 的整数倍。

另外可以看到 h 没有最小值，给定一个 h 值、总是存在比它更小的值，这意味着 h 的数值不具有最小性。最小性是唯一的，否则就不是最小性。h 不具有最小性意味着 h 不具有唯一性。

当 h 取下列数值

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s} \tag{54}$$

这时的 h 称为普朗克常数。

6. 推导不确定性原理

设质量体 M_q 在距离 r 处的运动速度为 u_r，根据式(5)有

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

$$c=\frac{u_r}{\eta} \tag{55}$$

将式(55)代入式(53)可以写出

$$\frac{1}{\eta\sigma}\cdot r\cdot\left(M_q\cdot u_r\right)=h \tag{56}$$

根据式(12)，$(M_q\cdot u_r)$为动量，式(56)表明一个质量体在空间距离 r 处的动量和空间距离 r 的乘积除以两个系数的结果等于普朗克常数 h。

如果记

$$x=\frac{1}{\eta\sigma}\cdot r\text{，}\quad p=M_q\cdot u_r \tag{57}$$

则式(56)可以写为

$$x\cdot p=h \tag{58}$$

简单地从表面上看式(58)，它是指一个空间距离 x 和动量的乘积等于普朗克常数 h，但是必须清楚这个动量不是质量体在空间距离 x 处的动量，而是质量体在空间距离 r 处的动量。

物质波概念是

$$\lambda\cdot p=h \tag{59}$$

将式(56)、(58)和(59)联立，有

$$\lambda=x=\frac{r}{\eta\sigma} \tag{60}$$

即物质波的波长等于某一个空间长度，当该空间长度变化时物质波的波长也随之变化，显然这是不合理的。另外，上节指出光子没有波长也没有频率，这也是与物质波概念矛盾的。总之，物质波是一个不需要的概念[7]。

现有物理理论认为普朗克常数 h 有一个特别的性质，即在基本物理常数中，它是一个最小的常数[8]。如果普朗克常数 h 是一个最小的常数，则有

$$x\cdot p\geq h \tag{61}$$

下面引入测量的概念。由于对任何一个物理量进行测量都不可能得到一个绝对准确的数值，即使利用最好的测量技术，测量值和真实值之间也存在差异或误差。本文用符号Δ表示误差。误差值与测量值具有相同的量纲。引入误差项之后有

$$\left(x+\Delta x\right)\left(p+\Delta p\right)=x\cdot p+x\cdot\Delta p+\Delta x\cdot p+\Delta x\cdot\Delta p \tag{62}$$

在式(62)给出的四项中，最小项是$\Delta x\cdot\Delta p$，只有该项与普朗克常数 h 可能存在“≥”关系，其他三项与普朗克常数之间的关系都是“>”关系，即有

$$\Delta x\cdot\Delta p\geq h \tag{63}$$

式(63)称为不确定性原理。上述结果是在普朗克常数 h 具有最小性的前提下得到的。但是，因为普朗克常数 h 不具有唯一性，所以它就不是“最小的常数”，上述结果也就不成立，即式 (63)虽然具有一定的物理意义，但是不足以成为一条物理原理。

如上所述，式(63)中Δx 所在的空间位置并不是Δp 所在的空间位置；如果要保持空间位置的一致性，则应有

$$\frac{1}{\eta\sigma}\cdot\Delta r\cdot\Delta p\geq h \tag{64}$$

如果把 x 换为 r，就可以在形式上写为

$$\frac{1}{\eta\sigma}\cdot\Delta x\cdot\Delta p\geq h \tag{65}$$

毫无疑问，式(65)和式(63)是不一样的。

7. 基于普朗克常数推导光量子模型

普朗克常数 h 由能量量纲和时间量纲构成，因此如果消掉其中的时间项，就可以用普朗克常数 h 来表达能量，即

$$h\equiv \mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\Rightarrow \mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\cdot\frac{1}{\mathrm{s}}\Rightarrow h\nu=E \tag{66}$$

式(66)中参数 ν 的量纲为 1/s，称为频率。因为 $h\nu$ 是能量，所以任何一个质量体的能量都可以表达为一个比例系数 n 与 $h\nu$ 之间的倍数关系即 $nh\nu$，n 可能是整数、也可能不是整数(包括分数)。所有这些 $nh\nu$ 的数值构成一个序列，其中 n 为整数的数值只是该序列的一部分。n 为整数时的 $nh\nu$ 就是普朗克提出的能量子概念。

如果引入速度的量纲，再引入一个长度的倒数，也可以从普朗克常数中析取出能量的量纲。特别地，当引入光速时，有

$$h\equiv \mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\Rightarrow \mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{1}{\mathrm{m}}\Rightarrow\frac{hc}{\lambda}=E \tag{67}$$

式(67)中参数λ的量纲为 m。

当用式(66)来描述一个以光速 c 运动的质量体 M 的能量时，相应的频率 ν 称为光子频率，参数λ称为光子波长，并有

$$\begin{cases} h\nu=E \\ \dfrac{hc}{\lambda}=E \end{cases} \Rightarrow \quad \nu=\frac{c}{\lambda} \tag{68}$$

从上述三个式子可以看到，光子波长λ、光子频率 ν 完成是为了利用普朗克常数 h 来表达光子能量而引入辅助变量或者辅助参数，它们本身并没有物理意义，换言之，作为物理属性的光子波长和光子频率实际上并不存在。

波长和频率是描述波的两个参数，从逻辑上说，既然光没有波长和频率，那么光肯定不是波。这是对波粒二象性的否定，也是对物质波概念的否定。光的波粒二象性理论可以修正为：光本质上是粒子，在离光源较近的空间范围内、无数光粒子行为的统计平均呈现出波的特点[2]。

8. 对基本引力乘性常数的进一步分析

将式(8)定义的能量 J 的量纲引入式(47)，可知普朗克常数 h 的量纲可以写为下列形式

$$h\equiv \mathrm{kg}\cdot\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2\cdot\mathrm{s}\equiv \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} \tag{69}$$

式(17)定义的基本引力乘性常数Γ的量纲可以分解为

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022

$$\begin{array}{c}\text{普朗克常数}h\text{的量纲}\quad\text{体积量纲的倒数}\\ \Uparrow\qquad\qquad\Uparrow\\ \varGamma \equiv \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \equiv \cdots \equiv \left(\dfrac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}\right)\cdot\left(\mathrm{kg}\cdot\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right)\cdot\left(\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{\mathrm{m}^3}\right)\\ \Downarrow\qquad\qquad\Downarrow\\ \text{引力常数的量纲}\quad\text{速度量纲的倒数}\end{array} \tag{70}$$

如式(17)所示，基本引力秉性常数$\varGamma$是以 1kg 质量为基础来定义的。与 1kg 质量相对应的质量体无论多少均占有一定量的体积，式(70)中的$(1/\mathrm{m}^3)$项通过体积量纲的倒数的形式反映了这一特征。

至此可以判断基本引力秉性常数$\varGamma$与引力常数 G、普朗克常数 h 以及光速 c 之间具有下列关系

$$\varGamma = \zeta\cdot\frac{Gh}{c} = \zeta\cdot\frac{6.673\times10^{-11}\times6.626\times10^{-34}}{2.998\times10^{8}} = \zeta\times1.4798\times10^{-52}\,(\mathrm{N/kg}) \tag{71}$$

其中ζ是一个待定常系数。

从式(71)可以看到，尽管常系数ζ的具体数值有待确定，但是从它的构成关系来看，大概率可以判断基本引力秉性常数$\varGamma$的数值小于普朗克常数 h 的数值。当然认同这一点、特别是通过实验确定其具体数值需要时间，毕竟基本引力秉性常数$\varGamma$是一个提出时间不长的新概念[5]。

9. 结束语

普朗克常数是量子力学的基础。量子力学被视为现代物理的两个支柱之一。不确定性原理和物质波概念在量子力学中具有基础性的地位，“物质波以及波动现象在量子论里有较大的作用(参考文献[9]第 46 页)”，另一方面，不确定性原理“是量子力学的组成部分，同时也是它的天然而直接的结论(参考文献[10]第 57 页)”。如果普朗克常数不具有唯一性，再加上不确定性原理没有唯一性以及不确定性原理和物质波概念互相矛盾，量子力学理论基础的稳定性将受到影响。

参考文献

[1] 谈庆明. 量纲分析[M], 合肥: 中国科技大学出版社,2005.
[2] 王忆锋. 光速原理及其推论[J]. 现代物理, 2019, 9(4): 227-245.
[3] 艾萨克·牛顿著. 王克迪译.自然哲学的数学原理[M]. 西安: 陕西人民出版社,2001.
[4] 胡盘新. 大学物理手册[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2007.
[5] 王忆锋. 论基本引力禀性常数[J]. 科技风 2020,(15):75-77.
[6] 王忆锋. 论一般形式的引力定律[J]. 汉斯预印本,2020,5(1): 1-14. https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2020.51031
[7] 王忆锋. 试析不确定性原理与物质波概念之间的矛盾[J]. 现代物理, 2019,9(4):282-288.
[8] 沈乃澂. 基本物理常数 1998 年国际推荐值[M]. 北京：中国计量出版社，2004.
[9] 野村昭一郎著. 李彬, 黄东律, 康昌鹤, 等译.量子力学入门[M]. 北京:高等教育出版社，1985.
[10] D. S. 萨克森著, 苏耀中, 叶安祚译. 初等量子力学 [M]. 北京:高等教育出版社，1985.

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.71002. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 13 march 2022, publ: 15 march 2022